

# MI REJLIK A FÉNYKÉPEN, AVAGY FÉNYGÖRBE ANALÍZISE AZ OSZTÁLYBAN

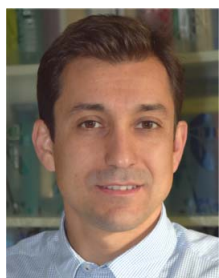
Ollé Hajnalka – Magyar Tanítási Nyelvű Magángimnázium, Dunaszerdahely, Szlovákia  
Kovács Tamás – ELTE TTK Elméleti Fizikai Tanszék

Az oktatás mindennapi problémája, hogy hagyományos módszerekkel nehezen tudja felkelteni a hallgatóság érdeklődését. E felett nem szabad elsiklanunk. A tanárnak kell olyan módszereket, témákat bevinnie az órára, amelyek képesek kielégíteni a diákok igényeit, mindemellett önálló gondolkodásra, összefüggések felismerésére készítetnek. A tapasztalat egyértelműen azt mutatja, hogy az aktuális kutatások eredményein túl maga a módszer is érdekes számukra. A tanulók kíváncsiak a lehetőségekre, ahogy egy adathalmazból használható információhoz juthatnak.

Ezt igyekeztünk megmutatni nekik egy mindenki számára elérhető adatbázison. A Mikulski Archive for Space Telescopes (MAST) weboldalán [1] egy könnyen kezelhető, nyilvánosan elérhető felületet találtunk, ahol többek között a Kepler műhold által észlelt fedési exobolygórendszerek fénygörbéjét és hozzájuk tartozó fluxusadatokat tekinthetjük meg, tölthetjük le. Ezek olyan rendszerek, ahol a bolygó – számunkra szerencsés – éléről látszó pályasíkban kering. Ez azt jelenti, hogy az égbolt síkja, illetve a bolygó keringési síkja egymással  $90^\circ$ -hoz közeli szöveget zárnak be, így amikor bolygó elhalad központi csillaga előtt, a korong egy részét kitakarja, ami a Kepler érzékelőlapján fénycsökkenést eredményez. Ezt a fénycsökkenést (is) tartalmazza az említett adatbázis, amit az oktatásban könnyedén felhasználhatunk. A kurzor mozgatásával egyszerűen leolvasható a fluxus és az észlelési időpont értéke, amelyek a további számítások során szükségesek lesznek.



*Ollé Hajnalka* csillagász, az ELTE Fizika Tanítása Doktori iskola PhD-hallgatója, valamint a dunaszerdahelyi Magyar Tanítási Nyelvű Magángimnázium fizikatanára. Fontosnak tartja, hogy diákjai megismerkedjenek a korszerű kutatási módszerekkel, és megmutassa szerzett tudásuk gyakorlati hasznát.



*Kovács Tamás* csillagász, az ELTE Elméleti Fizikai Tanszékének munkatársa. Doktori értekezését égi mechanikából írta. Jelenlegi érdeklődési területei a nemlineáris dinamikai rendszerek, idősor-analízis, komplex hálózatok, valamint fázistérbeli transzport statisztikus fizikai leírása és ezek csillagászati alkalmazásai. Bolyai ösztöndíjas. A Fizika Tanítása Doktori Iskola aktív témavezetője.

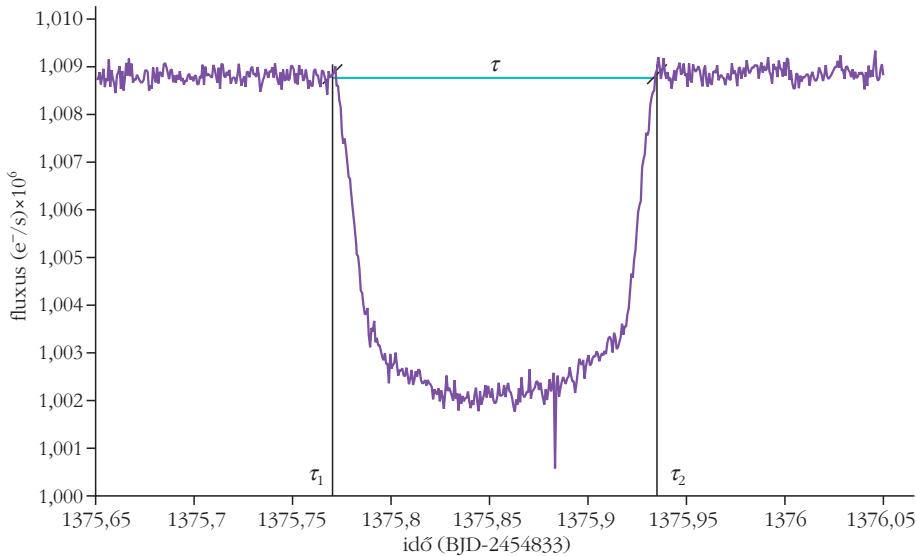
Diákjaimmal azt teszteltük, hogy a tranzit hosszát, illetve mélységét egyszerűen megbecsülve mennyire pontos eredmény érhető el. Így a bonyolult matematikai modellek illesztését elkerülve, középiskolai módszerekkel szemléletes képet kapnak arról, hogy a csillagászok miként határozzák meg a fedési bolygórendszerek paramétereit. Az általunk becslt adatok, egy 53 diák bevonásával készült felmérésből származnak. A diákokat kis létszámú – 10-12 fős – csoportokra osztva vizsgáltuk az adatbázis nyújtotta lehetőségeket. Célravezetőbb kis létszámmal dolgozni, hogy minden diáknak saját számítógépet biztosítsunk, ami az iskola informatikai szaktantermében adott volt. Elsődleges célunk egy kiszemelt exobolygórendszer – mind az 53 diák a Kepler-2 rendszer fénycsökkenését figyelte – paramétereinek lehető legpontosabban meghatározása volt. Fontos megemlíteni, hogy a tanulók különböző időpontokhoz tartozó fedésekből becslték meg a tranzit hosszát, mélységét, illetve a két fedés közt eltelt időt. Ezek átlagolásával kapták meg a végső eredményt, amelyet a további számítások során is alkalmaztak.

## A Kepler adatbázisa

Nézzük meg, miként juthatunk el addig, hogy jól használható fénygörbe jelenjen meg a képernyőn. A megadott linkre [1] ellátogatva a következő teendő:

- a „Target Name” mezőbe beírjuk a kívánt objektum azonosítóját (például Kepler-2),
- majd a „Search” gombra kattintva egy táblázatot kapunk,
- itt a „Dataset Name” oszlopban dátum szerint rendezett adatsorokat találunk. Gyakorlatilag bármelyikre kattintva rögtön egy fénygörbe jelenik meg.

A vízszintes tengelyen az idő, a függőleges tengelyen pedig a beeső fluxus található. Ami szinte azonnal szembe tűnik, hogy van egy zöld (SAP Flux – Simple Aperture Photometry Flux) és egy rózsaszín görbe (PDCSAP flux – Pre-search Data Conditioning SAP Flux). A rózsaszín egy korrigált fluxus, ami kiküszöböli az előismereteken alapuló hosszú távú trendeket és a szisztematikus hibákat [2]. Becsléseink során inkább ezt, a már korrigált fluxus változását vizsgáltuk. A pontosabb eredmény érdekében célszerű belenagyítani az ábrába. Egérrel egyszerűen kijelöljük a kívánt területet, és ezzel automatikusan ránagyíthatunk a részletre. A kurzor mozgatásával, közvetlenül az ábra alatt, megjelenik az adott pozícióhoz tartozó idő és fluxus értéke. Ezeket az adatokat kell feljegyeznünk. Az egyszerűsítés kedvéért létrehoztunk egy Excel-táblázatot [5], amely a diákok számára is könnyen



1. ábra. A HAT-P-7b bolygó fénygörbéje a MAST adatbázis weboldaláról.

használható. Ha ide beírjuk az egyes adatokat, automatikusan kiszámolja a rendszerre vonatkozó paramétereiket.

## Fizikai paraméterek meghatározása

A fedési bolygórendszerek fénygörbéinek tanulmányozása során információhoz juthatunk a bolygó és a csillag sugaráról, a bolygó keringési síkjának pályahajlásáról, a csillag átlagos sűrűségéről, a keringési időről, valamint a pálya fél nagytengelyéről. Az exobolygórendszer fent említett tulajdonságai további bolygók, illetve holdak jelenlétére utaló információkat hordozhatnak, úgy, mint a pályaelemek változása, vagy a fénygörbe alakjában megjelenő anomáliák [3]. Nyilvánvaló, hogy bizonyos hatások olyan kis mértékben jelennek meg a fénygörbén, hogy ilyen egyszerűbb módszerekkel nem mutathatók ki.

Számunkra a tranzit hossza, a csillag és bolygójának sugararánya, a keringési idő, a pálya fél nagytengelye, a csillag tömege lényeges. Nézzük sorra őket!

### Fedés hossza

Példának nézzük meg a HAT-P-7b (Kepler-2) bolygó fénygörbéjét. Az 1. ábrára nézve rögtön megbecsülhető a tranzit  $\tau_1$  kezdetének és  $\tau_2$  végének időpontja. E két adatot kivonva egymásból a tranzit napokban mért  $\tau$  hosszát kapjuk. Mi esetünkben ez az érték  $0,1667 \pm 0,009$  nap lett, míg az irodalmi érték  $0,1669 \pm 0,003$  nap [4].

### A bolygó és csillag sugararánya

Amikor a bolygó kitakarja a csillag egy részét, a megfigyelt fényesség lecsökken. Geometriai megfontolásból kapjuk, hogy a csillag látszó korongjának és az előtte elhaladó bolygó látszó korongjának aránya, megadja a  $\Delta F$  relatív fénycsökkenést. Ennek mértéké-

ből egyszerűen meghatározható a bolygó és a központi csillag sugararánya:

$$\Delta F = \frac{F_{\max} - F_{\min}}{F_{\max}} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2},$$

ahol  $r$  a bolygó,  $R$  pedig a csillag sugara. Tehát:

$$\frac{r}{R} = \sqrt{\Delta F}.$$

A fluxuscsökkenésből a diákok megállapították a rendszer sugararányát, amelyre  $0,0807 \pm 0,0036$ -ot kaptak. Ez hibahatárán belül megegyezik a HAT-P-7b sugararányának irodalmi értékével, azaz  $0,077590 \pm 3 \cdot 10^{-5}$ -nel [4].

Ebben az esetben egy másik módszerrel is megvizsgáltuk a rendszert. A MAST weboldalán lehetőség van arra is, hogy a mérési adatokat letöltsük. Azért, hogy ezen adatok a diákok számára is könnyen kezelhetővé váljanak, egy a rövid Python programot és a használatát megkönnyítő leírást készítettünk [5]. A program segítségével egy Excelben szerkeszthető állomány jön létre, mi is ezt elemeztük.

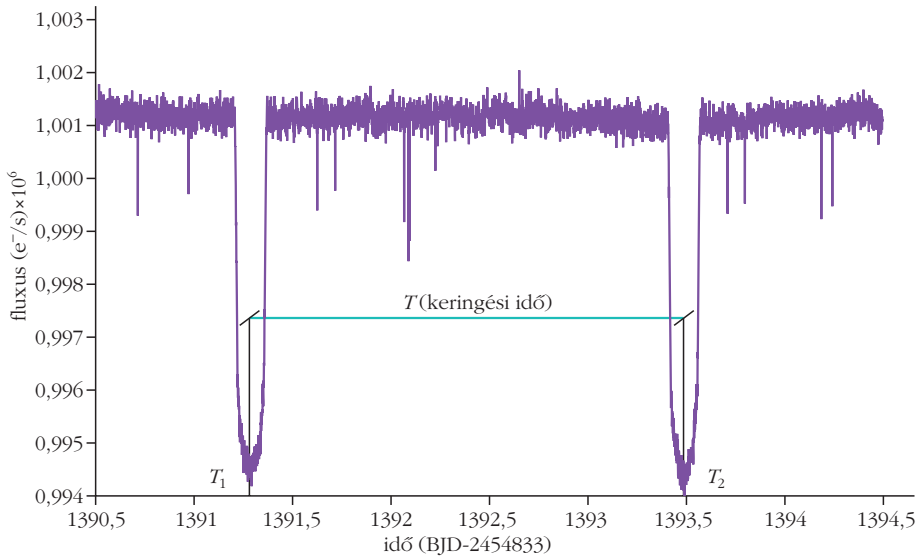
A diákoknak bizonyára kihívás lesz egy ekkora terjedelmű adatsorral dolgozni. Rákényszeríti őket, hogy az egyszerűbb kezelhetőség érdekében módszereket, eljárásokat találjanak ki. Az adatokat módszeresen végignévezve, és a fedéseket megkeresve egy egyszerű átlagszámolással meghatározhatjuk a két fedés közti maximális és a fedések idején beeső minimális fluxust. Ilyen módon a sugararányra  $0,0772 \pm 0,0052$ -et kaptunk, ami középiskolai eszközökkel meglehetősen jó eredménynek számít.

### Keringési idő és pályanézet

A keringési idő meghatározásához két egymást követő fedést kell észlelni, hiszen ekkor van azonos pozícióban a bolygó az egymást követő keringések alkalmával. Szerencsére, a használt weboldalon ehhez is egyszerűen hozzáférünk.

A keringési idő meghatározásához úgy állítsuk be a nézetet, hogy két, egymást követő fedés látszódjon, majd a kurzort mozgatva a két,  $T_1$  és  $T_2$  minimum közt eltelt  $T$  idő leolvasható, ami nekünk  $2,201631 \pm 0,011335$  napnak adódott (2. ábra). Ez ismét jó becslés, hiszen az irodalmi érték  $2,204737 \pm 1,7 \cdot 10^{-5}$  nap [4].

Most határozzuk meg ugyanezen rendszer keringési pályáját, azaz a bolygó és csillaga közti átlagos távolságot. Itt nagymérvű egyszerűsítéssel élünk, feltételezzük, hogy a bolygópálya kör alakú. Ez a Naprendszerre nem nagy bűn, de léteznek nagyon elnyúlt, excentrikus pályán mozgó exobolygók. Szerencsére a Kepler-2 (HAT-P-7b) rendszer excentricitása nagyon kicsi [4], így ezt az egyszerűsítést könnyedén megtehetjük.



2. ábra. A keringési idő meghatározása. Ha egyszerre két fedés látszódik, akkor a minimumok időpontja könnyen meghatározható.

Egyszerű középiskolai szintű fizikával belátható, hogy a keringési sebesség felírható a kör kerületének és a periódusidőnek a hányadosaként:

$$v = \frac{2 \pi a}{T}$$

Ahol  $T$  a már említett keringési idő,  $a$  a pálya sugara,  $v$  pedig a pályamenti sebesség. A 3. ábrából az is kiderül, hogy a keringési idő közelíthető olyan összefüggéssel, amely csak a csillag  $R$  sugarát és a tranzit  $\tau$  hosszát tartalmazza:

$$v = \frac{2 R}{\tau}$$

Ha a két egyenletet megfeleltetjük egymásnak, és kifejezzük a pálya sugarát, akkor a következő összefüggésre jutunk:

$$a = \frac{R T}{\pi \tau}$$

Egyetlen probléma, hogy a fénygörbéből csak a sugárarányok határozhatók meg, tehát a csillag konkrét sugarára még szükségünk van. Ezt az egy információt kikeresve a keringési pálya sugara könnyen meghatározható. A szükséges adatok néhány bolygórendszerre a 2. táblázatban megtalálhatók. Mindemellett kiváló feladat lehet az is, ha az információkeresést a diákra bizzuk, ami többszörösen is tanulságos lehet. Rádöbentí őket, hogy az irodalmi értékek is folyamatosan frissülnek, megtanulnak válogatni a rendelkezésre álló források között, va-

lamint a keresés közben sokkal több információhoz jutnak.

A tanulók becslése alapján a fél nagytengely mérete  $0,0366 \pm 0,0011$  CSE, míg a jelenleg elfogadott érték  $0,03796 \pm 0,00063$  CSE [4].

### A csillag tömege

A pálya sugarát (fél nagytengelyét) tudva, *Kepler* harmadik törvénye szerint becsüljük meg a csillag tömegét [6–7]. Meg kell jegyezni, hogy – az egyszerűség kedvéért – a bolygó tömegét elhanyagolhatóan kicsinek tekintettük, az nem jelenik meg az egyenletben. A csillagtömeg a következő összefüggéssel határozható meg:

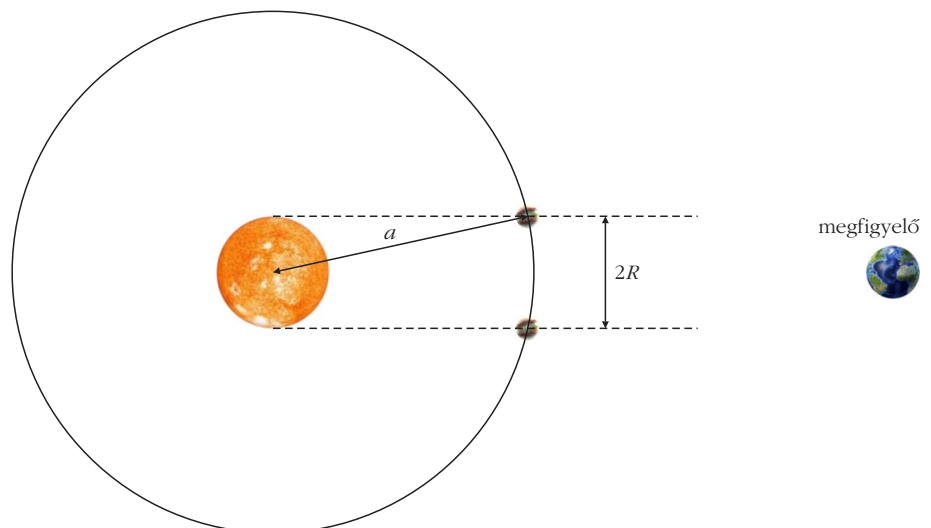
$$M_{\star} = \frac{4 \pi^2 a^3}{G T^2},$$

ahol  $M_{\star}$  a csillag tömege kilogrammban,  $a$  a pálya fél nagytengelye méterben,  $G$  a gravitációs állandó (értéke  $6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ ),  $T$  pedig a keringési idő másodpercben. A képletbe a fénygörbéből kapott értékeket helyettesítettük. A csillag tömegére így  $1,4823 \pm 0,4107$  naptömeg adódott, a valóságban ez  $1,500 \pm 0,03$  naptömeg [4].

### Összefoglalás

A feladat megoldása közben mindenképpen tudatosítsuk a diákokban, hogy ezek a módszerek csak egy szemléletes képet mutatnak arról, miként nyerhetünk ki információt a fénygörbe-analízisből, de a kapott

3. ábra. Szemléletes kép a bolygó keringési síkjának elhelyezkedéséről.



*1. táblázat*

**A diákok, HAT-P-7b (Kepler-2) rendszer paramétereire vonatkozó becslései  
összevetve az irodalmi értékekkel [4].**

paraméter	a diákok által becsült érték	irodalmi érték
fedés hossza ( $\tau$ )	0,1667 $\pm$ 0,009 nap	0,1669 $\pm$ 0,003 nap
bolygó és csillag sugáraránya ( $r/R$ )	0,0807 $\pm$ 0,0036 (ábrából) 0,0772 $\pm$ 0,0052 (adatokból)	0,077590 $\pm$ 3 $\cdot 10^{-5}$
keringési idő ( $T$ )	2,201631 $\pm$ 0,011335 nap	2,204737 $\pm$ 1,7 $\cdot 10^{-5}$ nap
pálya fél nagytengelye ( $a$ )	0,0366 $\pm$ 0,0011 CSE	0,03796 $\pm$ 0,00063 CSE
csillag tömege ( $M_*$ )	1,4823 $\pm$ 0,4107 naptömeg	1,500 $\pm$ 0,03 naptömeg

*2. táblázat*

**A módszer tesztelésére alkalmas, viszonylag nagy relatív fluxuscsökkenésű rendszerek és a fél nagytengely kiszámításához szükséges központi csillag sugara [4].**

név	csillag $R_*$ sugara (napsugár)
Kepler-1	1,003 $\pm$ 0,033
Kepler-7	1,842 $^{+0,048}_{-0,066}$
Kepler-12	1,483 $^{+0,025}_{-0,029}$
Kepler-15	0,992 $^{+0,058}_{-0,07}$
Kepler-41	0,966 $\pm$ 0,032
Kepler-43	1,420 $\pm$ 0,07
Kepler-45	0,55 $\pm$ 0,11

A fénygörbék elemzését – természetesen – tovább is lehetne folytatni. Figyelembe kellene venni, hogy a több bolygót tartalmazó rendszereknél a bolygók egymás pályáját is perturbálják, ami azt eredményezi, hogy a pályaelemek szekulárisan változnak. Itt egyértelmű kapcsolatot lehet találni a tranzithossz változása (illetve a két tranzit közt eltelt idő változása) és a pályaelemek változása között.

Ötvenhárom tanuló bevonásával meghatároztuk a HAT-P-7b (Kepler-2) rendszer paramétereit. A becsült adatokban voltak kiugró értékek, ami természetes, ennek ellenére – az irodalmi értékekkel [4] összevetve – nagyon jó eredményeket kaptunk a fedés hosszára, a bolygó és csillag sugárarányára, a keringési időre, a pálya fél nagytengelyére, illetve a csillag tömegére. Egyértelműen látható, hogy a módszer alkalmas bolygórendszerek bizonyos paramétereinek meghatározására, amit az *1. táblázat* is összefoglal.

A további munka megkönnyítése érdekében, összegyűjtöttünk néhány olyan bolygórendszert (*2. táblázat*), amelyek alkalmasak a bemutatott módszer használatára. Az összeállítás során figyelembe vettük, hogy a fedés relatív fluxuscsökkenése nagy, illetve a keringési idő viszonylag kicsi, így gyakori a fénycsökkenés legyen.

eredmények mindenképpen csak közelítő jellegűek. Éppen ezért kiegészítésként össze kell vetni az adatbázisokban található tényleges adatokkal.

Didaktikai szempontból azért fontos, mert a probléma több szemszögből is közelíthető, ezáltal kapnak komplex képet a rendszerről. Figyelembe kell venni az égi mechanikai tényezőket, geometriai elrendeződést, fotometriai tulajdonságokat. Igazából egyetlen adatot kellett kikeresni, a csillag valódi sugarát, minden mást magából a fénygörbéből állapítottunk meg.

#### Irodalom

1. [http://archive.stsci.edu/kepler/data\\_search/search.php](http://archive.stsci.edu/kepler/data_search/search.php)
2. <https://docs.lightkurve.org/tutorials/01-lightcurve-files.html>
3. Szabó M. Gy., Simon A., Szalai T.: Újdonságok az exobolygók világából. *Fizikai Szemle* 61/7–8 (2011) 217.
4. [http://exoplanets.org/detail/HAT-P-7\\_b](http://exoplanets.org/detail/HAT-P-7_b)
5. <http://www.mgds.eu/exo/exo.zip>
6. <https://www.astro.umass.edu/~weinberg/a114/handouts/concept1.pdf>
7. Horváth Zs.: Exobolygók minden szinten. *Fizikai Szemle* 67/3 (2017) 93.