

FEKETELYUK-PERTURBÁCIÓK SKALÁR-TENZOR GRAVITÁCIÓELMÉLETEKBEN

Gergely Cecília

Szegedi Tudományegyetem, Elméleti Fizikai Tanszék

Az általános relativitáselmélet érvényessége

A huszadik század elején *Einstein* megalkotta a speciális relativitáselméletet, amely a 3-dimenziós teret és az időt egyetlen 4-dimenziós téridőként egyesítette. Fő érdeme, hogy az inerciarendszerek a mechanikában is ugyanúgy transzformálhatók egymásba, mint az elektrodinamikában, azaz Lorentz-transzformációkkal. A 4-dimenziós formalizmus rendszerében egyszerűbbek az egyenletek és a 3-dimenziós látásmódból fakadó paradoxonok feloldhatók [1].

A gravitáció viszont nem fér bele ebbe a keretrendszerbe, mivel az a newtoni elméletben végtelen sebességgel terjed. Általános relativitáselméletében *Einstein* a gravitációt a téridő geometriájával, azaz annak görbültségével azonosította. A newtoni potenciál szerepét a szimmetrikus, nemdegenerált \tilde{g}_{ab} metrikus tenzor 10 független komponense vette át. A metrikus tenzort és forrásait, az anyag és mezők energia-impulzus tenzorát az *Einstein*-egyenletek kapcsolják össze. A szabad, spin nélküli részecskék pedig geodetikus egyenletet követnek.

Elhangzott a XXXIV. OTDK-n, pályázatával – témavezetője *Keresztes Zoltán*, SZTE – a szerző I. helyezést ért el az *Elméleti asztrofizika és asztrodinamika* szekcióban.



Gergely Cecília 2019-ben végzett fizikus mesterszakon az SZTE-n, jelenleg PhD hallgató. Kutatási területe a téridőfelbontások, a gravitációs Hamilton-dinamika és a feketelyuk-perturbációk skalár-tenzor gravitációelméletekben. Háromszor nyerte el az Új Nemzeti Kiválósági Program ösztöndíját, kétszer lett OTDK első helyezett. Megkapta az MTA Szegedi Akadémiai Bizottsága által kiírt pályázat első díját természettudományok területén. A nemzetközi CANTATA és QG-MM kollaborációk tagja.

Az általános relativitáselmélet igen pontosan írja le a gravitációs jelenségeket mind a Naprendszer léptékén (ahol a gravitáció gyengének tekinthető és a karakterisztikus sebességek kicsik a fény sebességéhez viszonyítva), mind az erős gravitáció olyan tartományaiban, amelyek megfigyelhető jelenségekhez vezetnek. Előbbibe tartoznak a perihéliumvándorlás, gravitációs fényelhajlás és gravitációs vöröseltolódás. Utóbbiba a gravitációs lencsésítés, a fekete lyukak akkréciójával és nagyenergiás részecskenyalábjajaival kapcsolatos jelenségek, valamint a gravitációs hullámok. A kompakt kettős rendszerek összeolvadásából keletkező, az Advanced LIGO és Virgo földi detektorai segítségével megfigyelt gravitációs hullámok [2–7] az általános relativisztikus jóslatoknak megfelelő tulajdonságokat mutattak [8]. A kettős neutroncsillag összeolvadásából keletkezett gravitációs hullám és a kísérő gamma-kitörés megfigyelt 1,7 s időkülönbsége a gravitációs hullámok fénysebességű terjedését [$-3 \cdot 10^{-15}$, $+7 \cdot 10^{-16}$] relatív pontossággal igazolta [9]. A gravitációs hullám terjedését jellemző disperziós relációkra [10] kapott kényszerek a graviton tömegének eltűnését $7,7 \cdot 10^{-23}$ eV/ c^2 pontossággal mondták ki [4]. Szintén nagy pontossággal igazolják az általános relativitáselmélet jóslatait a kettőspulzár-megfigyelések [11] és különböző precessziós effektusokat a Gravity Probe B műhold mérései [12].

Módosított gravitációelméletek létjogosultsága

Az általános relativitáselméletet igazoló megfigyelések ellenére mind galaktikus, mind kozmológiai skálán problémák merültek fel. A galaxisok külső csillagainak forgása nem követi az általános relativisztikus jóslatot, ami a galaxiscentrumtól vett nagy távolság miatt tulajdonképpen a kepleri jóslat. A galaktikus

forgásgörbék a galaxisok külső részén távolságtól független állandó keringési sebességet mutatnak. Ez megmagyarázható a galaxist magában foglaló, gömb-szimmetrikus *sötét anyag* halo bevezetésével. A galaxisklaszterek dinamikája ugyancsak jelentős mennyiségű sötét anyag jelenlétére utal.

Az Ia típusú szupernóvák keletkezésük fizikai mechanizmusa miatt standard(izálható) gyertyaként viselkednek, látszó fényességük megfigyelése alkalmasra teszi őket távolságmeghatározásra. Ez a luminozitás-távolság a spektroszkópiailag megfigyelhető vöröseltolódáson kívül a kozmológiai paramétereknek (a Hubble-paraméter, az anyag-, sugárzás- és kozmológiai állandó sűrűségi paramétereinek) is függvénye. Kiderült, hogy az Univerzum gyorsulva tágul, amit csupán az erős energiafeltételt sértő, taszító hatású *sötét energia* bevezetésével sikerült eddig magyarázni.

Jelenlegi tudásunk szerint az Univerzum mindössze 4,90% barionikus anyagot, 26,21% sötét anyagot és 68,89% sötét energiát tartalmaz (az értékeket 0,56% pontossággal 2018-ban határozta meg a Planck Kollaboráció a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás, barion akusztikus oszcillációk és gravitációs lencsézési adatok alapján, lásd [13] második táblázatát).

A legegyszerűbb sötétenergia-jelölt a Λ kozmológiai állandó. Ennek értéke azonban mintegy 120 nagyságrenddel kisebb a kvantumtérelméleti nullponti energiánál, ami legkézenfekvőbb magyarázata lehetne, beállítva „a legrosszabb elméleti jóslatot a fizika történetében” [14]. Amennyiben a sötét energia kozmológiai állandó, az Univerzum a jövőben exponenciális tágulásba kezd, és véges idő elteltével úgynevezett Big Rip (nagy szakadás) szingularitás áll elő. Ezzel szemben a dinamikai sötétenergia-modellekben egy fizikai mező (például skalár) játssza a sötét energia szerepét.

A sötét anyag közvetlen kimutatásának eddigi próbálkozásai annak lehetséges gyenge kölcsönhatására építettek. Az eddigi negatív eredmények szerint a sötét anyag részecskéje vagy igen könnyű, vagy pedig a sötét energiához hasonlóan csak gravitációsan hat kölcsön, viszont vonzó jelleggel, így a sötét energiával ellentétben csomósodhat is.

A módosított gravitációelméletek célja a megfigyelések tisztán gravitációs magyarázata. Egyik népszerű lehetőség új mezők (skalár, vektor, 2-forma mezők, vagy egy második metrikus tenzor) hozzáadása a gravitációs szektorhoz.

A legegyszerűbb esetben a metrikus tenzor mellett egy skalármező is hozzájárul a gravitáció létrehozásához. A Horndeski-elméletcsaládban [15, 16] csak másodfokú differenciálegyenleteket engedünk meg, mivel a magasabb rendű differenciálegyenletek instabil, azaz a természetben meg nem valósuló jelenségeket írnának le. Az effektív térelméleti (EFT) vagy Horndeskin túlinak is nevezett skalár-tenzor elméletekben előfordulnak magasabb rendű dinamikai egyenletek is, viszont a szabadsági fokok terjedését itt is másodrendű dinamika jellemzi [17].

Az egyre bonyolultabb elméletek gyártása persze egy fizikusnak sem lehet fő célja. Az elméletben előforduló szabad függvények meghatározásához, azaz az Univerzum működését legjobban leíró elmélet megtalálásához megfigyelések szükségesek.

A módosításoknak kimutathatatlanak kell lennie ott (például Naprendszer-skálán), ahol az általános relativitáselméletet a megfigyelések pontosan igazolták. „Árnyékoló” mechanizmusra van szükség, hogy ne legyen módosítás egy úgynevezett Vainshtein-sugáron belül (a Nap Vainshtein-sugara például százszor nagyobb a Naprendszer méreténél). Ezt a mechanizmust beépítve, a Horndeski-elméletcsalád és az EFT skalár-tenzor elméletek függvényeinek száma csökken.

A gravitációs hullámok közvetlen megfigyeléséből korlátot szabtak a gravitációs hullámok fénysebességű terjedésére, amely az EFT-hatás szabad függvényeire újabb megköteket jelent [18]. A Horndeski-elméletekben pedig a görbületi skalár csatolása a ϕ skalármezőhöz nem függ az

$$X = \tilde{g}^{ab} \partial_a \phi \partial_b \phi$$

kinetikus tagtól, így a megengedhető Horndeski-elméletek a skalár és a tenzor gravitációs szabadsági fokok kinetikus járulékaiknak keveredését (kinetic gravity braiding) [19] tartalmazzák. A megfigyelésekkel kompatibilis Lagrange-sűrűség:

$$L_{c=1}^{KGB} = \tilde{G}_2(X, \phi) + \tilde{G}_3(X, \phi) \square \phi + \tilde{G}_4(\phi) \tilde{R},$$

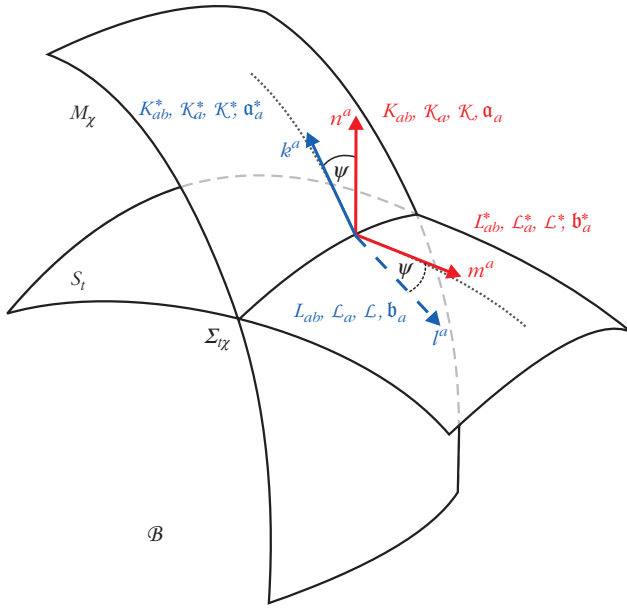
ahol \tilde{G}_2 és \tilde{G}_3 az argumentumaik tetszőleges függvényei, míg \tilde{G}_4 csak a skalármező tetszőleges függvénye, továbbá $\square \phi = \nabla_a \nabla^a \phi$ (itt ∇_a a kovariáns derivált jelöli). Az első tag a K-esszenciának nevezett sötét energia, a második tag szolgáltatja a Vainshtein-árnyékolást, a harmadik skalármezőfüggő gravitációs csatolást tesz lehetővé.

Ezen elméletekben tanulmányozták a kozmológiai perturbációk stabilitását [20], azonban csupán részlegesen vizsgálták a feketelyuk-megoldások stabilitását [21–23].

Munkám a gömb-szimmetrikus, statikus feketelyuk-téridőket megadó egyenletek levezetésére és stabilitására irányult. Ehhez azonban egy speciális formalizmus kidolgozására volt szükség, ez a téridő nemröleleges 2(tér) + 1(tér) + 1(idő) felbontása.

Téridőfelbontások

A relativitáselméletek a teret és időt egységiesen kezelik. Ennek ellenére vitathatatlan az idő kiválasztott szerepe, hiszen időfejlődés csakis jövőirányba történhet. A téridő 3(tér)+1(idő) felbontásával elsőként *Arnówt*, *Deser* és *Misner* foglalkozott [24]. A nevüket viselő ADM-formalizmusban a kitüntetett irányra merőleges 3-dimenziós hiperfelületek serege fóliázza a téridőt. Az időparaméter értéke hiperfelületről hiper-



1. ábra. A téridő nemmerőleges 2+1+1 felbontásában az S_t időszerű hiperfelület-sereghez adaptált (n, m) és az M_χ térszerű hiperfelület-sereghez adaptált (k, l) bázisok között Lorenz-forgatás teremt kapcsolatot, ahol a forgatás szöge arányos a tizedik metrikus változóval, azaz az \mathcal{N} harmadik shiftvektor-komponenssel. Az S_t és M_χ hiperfelület-normálisokhoz és rájuk merőleges vektorokhoz a feltüntetett geometriai mennyiségek rendelhetők.

felületre folytonosan változik, de minden hiperfelületen állandó. A gravitációt jellemző 4-dimenziós metrikus tenzor helyét a 3-dimenziós hiperfelületeken indukált metrikus tenzor (6 változó) és a beágyazást jellemző külső görbület (6 változó) veszi át. Az indukált metrika mondja meg, hogyan mérjük távolságokat a hiperfelületeken, a külső görbület pedig azt, hogy a hiperfelületek hogyan hajladoznak a téridőben. Az indukált metrika általánosított koordinátaként, a külső görbület általánosított impulzusként foghatók fel, kanonikus párokat határozva meg. A gravitáció hamiltoni formalizmusában a

$$\tilde{G}_{ab} = \tilde{R}_{ab} - \frac{1}{2} \tilde{g}_{ab} \tilde{R}$$

Einstein-egyenletek helyére a kanonikus változók hamiltoni fejlődésegyenletei lépnek. Itt \tilde{G}_{ab} az Einstein-tenzor; \tilde{R}_{ab} a Ricci-tenzor (a \tilde{R}^c_{adb} Riemann-tenzor spúrja); \tilde{R} a Ricci- vagy görbületi skalár (a Ricci-tenzor spúrja); a hullámvonal 4-dimenziós mennyiségeket jelöl. A Riemann-tenzor az árapályerő relativisztikus általánosításának tekinthető.

A fejlődésegyenleteken kívül a kanonikus változókra minden időpontban teljesülő kényszer egyenletek is vonatkoznak, ezeket Hamilton- és diffeomorfizmus- (impulzus-) kényszereknek nevezzük. A 3+1 felbontás azért nem triviális, mert általános esetben nincs kiválasztott idő, így az összes választható időfüggvényre alkalmazható kell legyen „many-fingered time” formalizmus [25, 26]).

A téridő további, 2+1+1 felbontása akkor indokolt, ha a tér rendelkezik egy (általában szimmetria által) kiválasztott iránnyal, de olyankor is, ha speciális felü-

leteket (például hullámfrontot) vizsgálunk. A téridő ilyen felbontása többféleképpen is elvégezhető. Legáltalánosabb esetben ezt úgy dolgozták ki, hogy mindkét kiválasztott irány rendelkezzen expanzióval, nyírással és örvénnyel [27].

Másik lehetőség, hogy az ADM-formalizmusban szereplő mennyiségeket még egy 2+1 felbontásnak vetjük alá. A téridő 2+1+1 felbontása akkor a legegyszerűbb, ha a fóliázást biztosító két hiperfelület-sereg egymásra merőleges [28, 29]. Ilyenkor az egyik hiperfelület-sereg S_t hiperfelületeit állandó t idő jellemzi (így ez a hiperfelület-sereg térszerű, n^a normálisa pedig időszerű és normált, azaz $n^a n_a = -1$). A második hiperfelület-sereg M_χ hiperfelületeit pedig állandó χ koordináta jellemzi, ez a hiperfelület-sereg időszerű (l^a normálisa térszerű és normált, $l^a l_a = -1$). A hiperfelületek metszete a Σ_χ 2-dimenziós térszerű felület, amelyen az indukált metrika g_{ab} . Ez a formalizmus összesen 9 metrikus változót tartalmaz: a g_{ab} metrika 3 független komponensét; a Σ_χ diffeomorfizmusait generáló N^a és M^a shiftvektorok 2+2 komponensét; valamint a hiperfelület-merőleges fejlődéseket megadó N, M lapse-függvényeket.

Ezek vizualizálására képzeljünk el az időszerű hiperfelületek közül csak kettőt, az egyiket t a másikon pedig $t+dt$ az állandó idő. Milyen irányba kell időfejlésztetni a t állandó idejű hiperfelület valamely pontját? Az időirányú fejlődésvektor merőleges részét az N lapse-függvény, oldalirányú megnyúlását az N^a shiftvektor adja meg. Hasonló szerepe van az M, M^a mennyiségeknek az állandó χ hiperfelülettől való elfejlődésben.

A fóliázások merőlegességét a tizedik metrikus változó eltűnése kíséri. A metrikus változók számának 10-ről 9-re csökkenése nem feltétlenül baj, de problémát okozott a módosított gravitációelméleti fekete lyukak perturbációinak [21] tárgyalásában. Vessük el tehát a merőlegességet! A nemmerőleges 2+1+1 felbontás tartalmazza az \mathcal{N} , tizedik metrikus függvényt is (ez a 3-dimenziós shiftvektor 2+1 felbontásából származó skalár).

A nemmerőlegességből fakadóan a \mathcal{B} 4-dimenziós téridő metrikája két ekvivalens módon bontható fel:

$$\tilde{g}_{ab} = -n_a n_b + m_a m_b + g_{ab},$$

$$\tilde{g}_{ab} = -k_a k_b + l_a l_b + g_{ab}.$$

Itt m^a (k^a) az S_t (M_χ) hiperfelület érintőterének mind n^a -ra (l^a -ra), mind Σ_χ -re merőleges térszerű (időszerű) vektora (1. ábra). Az (n, m) és (k, l) bázisok között a

$$\begin{pmatrix} k_a \\ l_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{ch } \psi & \text{sh } \psi \\ \text{sh } \psi & \text{ch } \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_a \\ m_a \end{pmatrix}$$

Lorenz-forgatás teremt kapcsolatot, amelynek szöge az \mathcal{N} shiftvektor-komponenssel fejezhető ki, azaz $\mathcal{N} = N \text{th } \psi$ a nemmerőlegesség mértékének tekinthető. Az

n^a és l^a hiperfelület-normálisokkal ellentétben, amelyek örvénymentesek, az m^a és k^a vektorok örvényesít adják.

Az ADM-formalizmushoz hasonlóan, itt is szükség van indukált metrikára és beágyazási változókra. Azonban mind a kettős felbontás, mind a két bázis jelenléte bonyolítja a beágyazást. Ezt a $\{K_{ab}, L_{ab}\}$ külső görbületek; $\{\mathcal{K}_a, \mathcal{L}_a\}$ normális fundamentális formák, a $\{\mathcal{K}, \mathcal{L}\}$ normális fundamentális skalárok jellemzik. Hasonlóan képzelhetjük el őket is, mint a 3+1 felbontásnál. A két 3-dimenziós hiperfelület metszete egy 2-dimenziós felület. A külső görbületek most azt határozzák meg, hogy ez a felület hogyan görbül *3-dimenzióban*, viszont a *téridőbeli* görbültség megállapításához szükség van a normális fundamentális formákra és normális fundamentális skalárookra is. A 2-dimenziós indukált metrika pedig a felületen adja meg a távolságokat.

Az örvényes bázisvektorokhoz hasonló $\{L_{ab}^*, K_{ab}^*\}$ külső görbületek, valamint $\{\mathcal{K}_a^*, \mathcal{L}_a^*, \mathcal{K}^*, \mathcal{L}^*\}$ beágyazási mennyiségek tartoznak. Szintén megjelennek a normálisok $\{\mathbf{a}_a, \mathbf{b}_a\}$ gyorsulásai és az örvényes vektorok hasonlóan definiált $\{\mathbf{a}_a^*, \mathbf{b}_a^*\}$ mennyiségei, ezeket az 1. ábra illusztrálja. A mennyiségek – szerencsére – nem mind függetlenek egymástól.

Az általános relativitáselmélet hamiltoni dinamikájának 2+1+1 felbontása

Az ADM-formalizmusban az indukált metrika és a külső görbület általánosított koordináták és impulzusok szerepét töltik be, így tárgyalható a gravitáció hamiltoni dinamikája. A nemmerőleges 2+1+1 felbontásban meghatároztam a beágyazási mennyiségek és a metrikus függvények idő-, illetve térderiváltjai közötti kapcsolatokat az (n, m) és (k, l) bázisban is. Ennek segítségével az (n, m) bázisban egyértelműen tudtam azonosítani, hogy a $\{g_{ab}, M^a, M\}$ általánosított koordinátákként, míg a $\{K_{ab}, \mathcal{K}^a, \mathcal{K}\}$ általánosított sebességekként viselkednek.

Az általános relativitáselméletben a gravitáció dinamikáját megadó Einstein-egyenlet származtatható az

$$S_{EH} = \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \tilde{R}$$

Einstein–Hilbert-hatásból, variációs elv felhasználásával, ahol 4-dimenzióban \tilde{g} a metrika determinánsa. A 4-dimenziós \tilde{R}_{abcd} Riemann-tenzor és a 2-dimenziós $\Sigma_{\mathcal{V}}$ felület R_{abcd} Riemann-tenzora között az

$$R_{abcd} = g_a^n g_b^m g_c^i g_d^j \tilde{R}_{nbim} + 2(L_{dc}^* L_{ab}^* - K_{dc} K_{ab})$$

Gauss-azonosság teremt kapcsolatot, aminek képezve a kétszeres spúrját kapjuk meg a görbületi skalár 2+1+1 felbontott alakját. Az Einstein–Hilbert-hatáson elvégeztem a Legendre-transzformációt. Ennek első lépéseként a Lagrange-sűrűséget felírtam

$$L^G = \pi^{ab} \dot{g}_{ab} + p_a \dot{M}^a + p \dot{M} - \mathcal{H}^G + L_{\mathcal{V}D}^G$$

alakban, ahol a jobb oldal első három tagja a Liouville-forma, a negyedik a vákuum Einstein-gravitáció \mathcal{H}^G Hamilton-sűrűsége (ez a Hamilton- és impulzus-kényszerek lineáris kombinációja), valamint az ötödik tag a határtagok összessége, amelyek megfelelő határfeltételek megválasztásával eltüntethetők. A $\{\pi^{ab}, p_a, p\}$ kanonikus impulzusok bevezetése után a Hamilton-sűrűség már csak a kanonikus koordinátákat, kanonikus impulzusokat és azok idő- és térderiváltjait tartalmazza. A kanonikus változók és a hamiltoni sűrűségfüggvényekre vonatkozó Poisson-zárójeleink kiszámolásával végül eljutottam a kanonikus egyenletekhez.

Ezzel általánosítottam az einsteini gravitáció merőleges dupla fóliázás feltevése mellett kidolgozott hamiltoni formalizmusát [29] a nemmerőleges 2+1+1 felbontás esetére [30], visszaállítva a változók szükséges számát.

Gömbszimmetrikus, statikus fekete lyukak módosított gravitációelméletekben

A skalár-tenzor gravitációelméletbeli fekete lyukak vizsgálata gömbszimmetria és statikusság feltevése mellett azért érdekes, mert ezek a fekete lyukak különbözhetnek az általános relativitáselméletektől abban, hogy lehet skalár „hajuk”.

A szimmetriák miatt mind az idő, mind a sugár kiválasztott szerepet játszik, ezért indokolt a téridő 2+1+1 felbontását alkalmazni. A skalármező csak a radiális koordinátától függ, $\phi = \phi(r)$, ezért az úgynevezett radiális „unitér” mértéket használtuk: a skalármező általános perturbáció által okozott módosulását a radiális koordináta átdefinálásával kompenzáltuk úgy, hogy a skalármező perturbációja nulla.

A továbbiakhoz a korábban már említett EFT-hatást használjuk. Ennek változói a nemmerőleges 2+1+1 felbontás által előálló skalárok lesznek. A [21] munkában választott L^{EFT} Lagrange-sűrűséget két ponton megváltoztattuk: 1) a hatás korábbi változói közül egyet elhagytunk, mivel ez a változó nem jelenik meg a fizikailag elfogadható, szabadsági fokokat legfeljebb másodrendű dinamikával fejlesztő elméletekben; 2) bevezettük a fóliázások nemmerőlegességéből származó \mathcal{N} változót, így az EFT-hatás

$$S^{EFT} = \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} L^{EFT}(N, M, K, \mathcal{K}, \mathbf{k}, \kappa, L^*, L^*, \lambda^*, R; r),$$

ahol $\mathbf{k} \equiv \mathcal{K}^a \mathcal{K}_a$, $\kappa \equiv K_b^a K_a^b$, $\lambda^* \equiv L_b^{*a} L_a^{*b}$ a beágyazási változókban négyzetes skalárok és $K \equiv K_a^a$, $L^* \equiv L_a^{*a}$ a külső görbületek spúrjai. A 2+1+1 felbontásban szereplő, szimmetriaokból kitüntetett \mathcal{X} térkoordináta a gömbszimmetrikus, statikus háttér r radiális koordinátájával azonosítható, továbbá a radiális unitér mérték miatt a hatás skalármezőfüggését váltja ki.

A hatás elsőrendű variációja az Euler–Lagrange-egyenletekhez vezet. A hatás változóinak variációi között első rendben összefüggések állapíthatók meg,

így a gömbszimmetrikus, statikus skalár-tenzor fekete lyukakat az általános L^{EFT} -ből meghatározó dinamikai egyenletek száma négy marad. Ezek közül három visszaadja az eddig ismert egyenleteket [29], a negyedik \mathcal{N} -re vonatkozik. Minden skalár-tenzor elméletbeli, vizsgált szimmetriájú fekete lyuk ezek megoldása.

Mértékrögzítés és a perturbációk stabilitása

A modern fizikában a jelenségek dinamikáján túl a perturbációk viselkedését is nyomon kell követni. Klasszikus példa erre az állításra a statikus Einstein-univerzum, amely egy negatív kozmológiai állandóval kiegészített Einstein-egyenlet megoldásaként áll elő. A konstans bevezetésével remélte Einstein megoldani azt a számára elfogadhatatlan eredményt, hogy az általános relativitáselmélet szerint az Univerzum nem statikus. A megoldás azonban nem bizonyult stabilnak: a perturbációk időben monoton növekedtek, Eddington–Lemaître-, Lemaître-, illetve de Sitter-univerzumokhoz vezetve [31].

A skalár-tenzor elméletek gömbszimmetrikus fekete lyukainak perturbációi vizsgálhatók a feketelyuk-megoldások konkrét ismerete nélkül is. Egyedül a megoldásokhoz vezető differenciálegyenletek ismerete szükséges, amelyeket a hatás elsőrendű variációja határoz meg. A hatás másodrendű variációja pedig a perturbációk fejlődés egyenleteit adja, ezek páratlan és páros szektorokra csatolódnak szét. Ennek oka, hogy a vektorokat Helmholtz-felbontásnak, míg a tenzorokat egy Helmholtz-szerű felbontásnak vetjük alá, amit a gömbszimmetria miatt tehetünk meg. Alkalmazása után a vektorok egy páratlan (divergencia-mentes) és egy páros (rotációmentes) tag összegeként állnak elő. Bár a tenzorokra vonatkozó szabály bonyolultabb, de végül szintén páratlan és páros részek összegeként tudjuk felírni.

Az általános relativitáselméletben a perturbációk fejlődés egyenleteinek páros szektorával *Zerilli* [32], míg a páratlan szektorral *Regge* és *Wheeler* [33] foglalkozott, mindkét típusú perturbációra belátva a stabilitást.

Skalár-tenzor elméletekben a merőleges $2+1+1$ felbontás formalizmusában levezették a páratlan szektor perturbációs egyenleteit [21]. A koordináták szabad megválaszthatósága mértékrögzítésként ismert, segítségével a változók száma csökkenthető. A felbontás merőlegességének perturbáció utáni kirovása viszont elhasználja az egyik kulcsfontosságú mértékszabadságot, emiatt egy tetszőleges függvény maradt a megoldásban, amely a páros szektor tárgyalását megakadályozta.

A merőlegesség elvetésével olyan egyértelmű mértékrögzítést értünk el, amely lehetővé teszi a páros szektor tárgyalását, amelynek során a következő instabilitások elkerülését kell kiróni: a) ghost típusú instabilitások (negatív kinetikus tag); b) Laplace- vagy gradiensinstabilitások (negatív hangsebességnégyzet);

c) tachion instabilitások (negatív tömegtag). Ezek hiányában a vizsgált szimmetriájú fekete lyuk létezik az aktuális gravitációelméletben.

Összefoglalás

A gravitáció hamiltoni tárgyalásában az idő kiválasztott szerepet tölt be, így a kovariáns négyesformalizmus megtörésére egy $3+1$ felbontás mindenképpen szükséges. Azonban a tér is tartalmazhat kiválasztott felületeket, például gömböket gömbszimmetria esetén, hengereket hengersizimmetria esetén, de ilyen áll elő akkor is, ha valamilyen kényszer hatására a mozgások csak egy megadott felületen történhetnek, vagy ha éppen egy felület (mint például egy lökéshullám vagy hullámfront) mozgását figyeljük. A felsorolt helyzetek vizsgálatára érdemes tovább bontani a teret $2+1$ dimenzióra, így a hamiltoni fejlődés tárgyalására éppen az általános $2+1+1$ téridőfelbontás alkalmas. A gravitáció $2+1+1$ felbontott hamiltoni tárgyalását már korábban kidolgozták arra a restriktív esetre, amikor az időfejlődés merőleges a felületekre, ez éppen az ortogonális kettős fóliázás esete. Ezen szükségtelen megkötés elvetése mellett kidolgoztuk a gravitáció hamiltoni formalizmusát.

Az általános relativitáselmélet galaktikus és kozmológiai skálán nem működik jól sötét anyag és sötét energia hozzáadása nélkül. Emiatt kezdünk el foglalkozni a módosított gravitációelméletek azon csoportjával amelyekben, mind a tenzorra, mind a skalárra vonatkozó dinamika legfeljebb másodrendű, figyelembe véve mind a Naprendszerbeli, mind a gravitációs hullámok detektálásból kapott kényszereket. Egy ilyen, a nemmerőleges $2+1+1$ felbontáson átesett, általános EFT-hatást első rendig variáltuk, majd megkaptuk ezen skalár-tenzor fekete lyukak dinamikáját megadó négy egyenletet.

A nemmerőleges $2+1+1$ felbontás formalizmusában a gömbszimmetrikus, statikus skalár-tenzor fekete lyukak skalárperturbációi esetén egyértelmű mértékrögzítést értünk el mind a páros, mind a páratlan szektorban.

Ez lehetővé teszi, hogy az EFT-hatást másod rendig variáljuk, előállítva a perturbációs egyenleteket, amelyek segítségével az elméletcsalád instabilitásokhoz vezető tagjai kizárhatók.

Mindez miért jó? Az általános relativitáselmélet javításra szorul, ha nem így lenne, nem kellene számunkra ismeretlen effektusoknak olyan nevet adni, mint sötét anyag és sötét energia. A módosítás elvégzése nem egyértelmű, rengeteg olyan új elmélet született, amelyek a méréseinkkel összeegyeztethetők, nem változtatják meg a fizikát a Naprendszer-skálán és a Földön. Erős gravitációs térben és kozmológiai távolságokon azonban jóslataik eltérnek.

A jövőben több, nagyobb és különböző orientációjú gravitációshullám-detektor kiépítése várható. Ezekkel majd pontosabban mérhető a gravitációs hullámok lecsengési fázisa, ebből a feketelyuk-perturbá-

ciók kvázi normál módusai – amelyek a fekete lyukak „névjegykártyájaként” a gravitáció módosításairól is tanúskodnak – azonosíthatók. Skalár-tenzor fekete lyukak esetén ebben a fázisban például úgynevezett „visszhangok” (echoes) is megjelenhetnek, ezeket napjainkban is gőzerővel keresik.

Nemrég az Event Horizon Föld-méretű rádióteleszkóp-rendszerrel az M87 galaxis közepén található fekete lyukról nagy nyilvánosságot kapott fénykép készült. A jelenlegi felbontás mellett készült kép nem tud különbséget tenni a különböző akkréciós és forgási paraméterekkel jellemzett általános relativitáselméleti fekete lyukak között. Vajon a rádióinterferometriás mérések fejlődésével lehetséges lesz valamilyen a különböző gravitációelméletekről is információt szerezni?

A módosított gravitációelméletek érvényességét a megfigyelések és az azokat kiegészítő elméleti vizsgálatok (mint a stabilitásanalízis) együttesen bizonyítják. Közös célunk megtalálni azt a gravitációelméletet, amely minden léptéken helyesen magyarázza a minket körülvevő világot.

Irodalom

1. V. Faraoni: *Special Relativity*. Springer (2013) 16. oldal.
2. LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration: Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. *Phys. Rev. Lett.* **116** (2016) 061102.
3. LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration: GW151226: Observation of Gravitational Waves from a 22-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence. *Phys. Rev. Lett.* **116** (2016) 241103.
4. LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration: GW170104: Observation of a 50-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence at Redshift 0.2. *Phys. Rev. Lett.* **118** (2017) 221101.
5. LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration: GW170608: Observation of a 19-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence. *Astrophys. J. Lett.* **851** (2017) L35.
6. LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration: GW170814: A Three-Detector Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Coalescence. *Phys. Rev. Lett.* **119** (2017) 141101.
7. LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration: GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral. *Phys. Rev. Lett.* **119** (2017) 161101.
8. LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration: Tests of General Relativity with GW150914. *Phys. Rev. Lett.* **116** (2016) 221101.
9. LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration: Fermi Gamma-ray Burst Monitor, and INTEGRAL, Gravitational Waves and Gamma-Rays from a Binary Neutron Star Merger: GW170817 and GRB170817A. *Astrophys. J. Lett.* **848** (2017) L13.
10. S. Mirshekari, N. Yunes, C. M. Will: Constraining Lorentz-violating, Modified Dispersion Relations with Gravitational Waves. *Phys. Rev. D* **85** (2012) 024041.
11. I. H. Stairs: Testing General Relativity with Pulsar Timing. *Living Rev. Relativ.* **6/1** (2003) 5.
12. C. W. F. Everitt et al.: Gravity Probe B: Final Results of a Space Experiment to Test General Relativity. *Phys. Rev. Lett.* **106** (2011) 221101.
13. Planck Collaboration: Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. publikálásra benyújtva az *Astronomy & Astrophysics* folyóirathoz (2018), arXiv:1807.06209 [astro-ph.CO].
14. M. P. Hobson, G. P. Efstathiou, A. N. Lasenby: *General Relativity: An introduction for physicists*. Cambridge University Press (2006) 187.
15. G. W. Horndeski: Second-Order Scalar-Tensor Field Equations in a Four-Dimensional Space. *Int. J. Theor. Phys.* **10** (1974) 363–384.
16. C. Deffayet, X. Gao, D. A. Steer, G. Zahariade: From k-essence to generalized Galileons. *Phys. Rev. D* **84** (2011) 064039.
17. J. Gleyzes, D. Langlois, F. Piazza, F. Vernizzi: Healthy theories beyond Horndeski. *Phys. Rev. Lett.* **114** (2015) 211101.
18. P. Creminelli, F. Vernizzi: Dark Energy after GW170817. *Phys. Rev. Lett.* **119** (2017) 251302.
19. C. Deffayet, O. Pujolás, I. Sawicki, A. Vikman: Imperfect dark energy from kinetic gravity braiding. *JCAP* **10** (2010) 026.
20. J. Gleyzes, D. Langlois, F. Piazza, and F. Vernizzi: Essential building blocks of dark energy. *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **08** (2013) 025.
21. R. Kase, L. Á. Gergely, S. Tsujikawa: Effective field theory of modified gravity on spherically symmetric background: leading order dynamics and the odd mode perturbations. *Phys. Rev. D* **90** (2014) 124019. [arXiv:1406.2402 [hep-th]].
22. T. Kobayashi, H. Motohashi, T. Suyama: Black hole perturbation in the most general scalar-tensor theory with second-order field equations I: The odd-parity sector. *Phys. Rev. D* **85** (2012) 084025. [arXiv:1202.4893 [gr-qc]].
23. T. Kobayashi, H. Motohashi, T. Suyama: Black hole perturbation in the most general scalar-tensor theory with second-order field equations II: The even-parity sector. *Phys. Rev. D* **89** (2014) 084042. [arXiv:1402.6740 [gr-qc]].
24. R. Arnowitt, S. Deser, C. W. Misner: *Gravitation: An Introduction to Current Research*. (ed.: L. Witten) Wiley, New York, (1962) 227–265.
25. C. W. Misner, K. Thorne, J. A. Wheeler: *Gravitation*. W. A. Freeman and Company (1973) p. 527.
26. C. J. Isham, K. V. Kuchař: Representations of space-time diffeomorphisms I. II. *Ann. Phys. (N.Y.)* **164** (1985) 288., *ibid.* **164** (1985) 316.
27. C. Clarkson: A Covariant approach for perturbations of rotationally symmetric spacetimes. *Phys. Rev. D* **76** (2007) 104034. [arXiv:0708.1398].
28. L. Á. Gergely, Z. Kovács: Gravitational dynamics in s+1+1 dimensions. *Phys. Rev. D* **72** (2005) 064015.
29. Z. Kovács, L. Á. Gergely: Gravitational dynamics in s+1+1 dimensions II. Hamiltonian theory. *Phys. Rev. D* **77** (2008) 024003.
30. C. Gergely, Z. Keresztes, L. Á. Gergely: Gravitational dynamics in a $2 + 1 + 1$ decomposed spacetime along nonorthogonal double foliations: Hamiltonian evolution and gauge fixing. *Phys. Rev. D* **99** (2019) 104071.
31. S. Weinberg: *Cosmology*. Oxford University Press (2008) p. 44.
32. F. J. Zerilli: Effective potential for even-parity Regge–Wheeler gravitational perturbation equations. *Phys. Rev. Lett.* **13** (1970) 24.
33. T. Regge, J. A. Wheeler: Stability of a Schwarzschild singularity. *Phys. Rev.* **4** (1957) 108.