

# NE HABOZZ! KÍSÉRLETEZZ!

Az elmúlt időszak hazai és nemzetközi felmérései szerint a fiatalok körében a fizika tantárgy megítélése eléggé negatív [1, 2]. Ennek okait és a megoldás módjait persze lehet kutatni, de véleményem szerint a sok tanári és tanulói kísérlettel megtervezett órák mindenképpen felkeltik a diákok érdeklődését. Nagyon sok forrásból meríthetünk egyszerűen kivitelezhető kísér-

---

Az írás a szerző – a 60. Országos Fizikatanári Ankét és Eszközbemutatótón (Gödöllő, 2017. március 15–18.) I. helyezéssel kitüntetett – műhelyfoglalkozása alapján készült.



*Szabó László Attila* fizika-matematika szakos középiskolai tanár, diplomáját a JATE-n szerezte, azóta a Csongrádi Batsányi János Gimnáziumban tanít, a Tetudod diáklaboratórium egyik létrehozója, kísérletező délutánok szervezője, a fizikaszertár gyarapítója. 2014 óta mestertanár, szaktanácsadó. 2016-ban a Pro Progressio Alapítvány díjában, 2017-ben az Országos Fizikatanári Ankét műhelyfoglalkozása I., 2018-ban III. díjban részesült. A magyar delegáció tagjaként részt vett a Science on Stage fesztiválon.

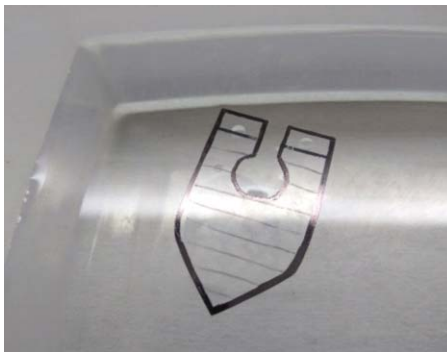
Szabó László Attila  
Csongrádi Batsányi János Gimnázium

leti ötleteket, még akkor is, ha nem áll rendelkezésünkre jól felszerelt fizikaszertár. Egy kis kezűgyeséggel nagyon ötletes kísérleti eszközöket készíthetünk, illetve készíttethetünk tanítványainkkal. Fontosnak tartom, hogy ebben a virtualizálódott világban a diákok kézzel fogható produktumokat is előállítsanak, és ha ezzel még egyszerű megfigyeléseket és kísérleteket is végezhetnek, akkor célunkat elértük.

A következőkben azt szeretném bemutatni, hogy a folyadékok felszíni tulajdonságait milyen kísérleteken keresztül tudjuk bemutatni diákjainknak, kisiskolás kortól a gimnáziumi szakköri szintig.

Az Csongrádi Természettudományos Diáklaboratóriumban *Anyu Te tudod? Apa Te tudod?* címmel óvodásoknak, illetve alsó tagozatos diákoknak – és szüleiknek is (!) – kísérletező délutánokat szoktunk meghirdetni. Tapasztalatom szerint a gyerekek már ebben az életkorban is szívesen kísérleteznek, a lényeg a felfedezés öröme. Sok-sok olyan kísérlet van, amelyekre rácsodálkozva megismerhetik a körülöttük lévő világot. Ezek közül néhány egyszerűen kivitelezhető kísérlet:

- *Úszó pénzérmék.* Helyezzünk 10 filléres érméket a víz felszínére (1. ábra, balra)! Mit tapasztalunk, ha több érmét teszünk egymás mellé? Mi történik, ha ugyanilyen anyagból – alumíniumból – készült szegecseket helyezünk a víz felszínére?



1. ábra. Úszó 10 filléresek balra és a mosószeres hajó jobbra.

- *Szétszaladó hintőpor.* Tányérban lévő víz felszínére szórjunk hintőport, majd mosogatószert cseppentsünk a vízbe. Mi történik?

- *Mosószeres hajó.* Egy vastagabb műanyag fóliából (például régi írásvetítő fólia) egy hajóalakot vágjunk ki, majd az 1. ábra jobb oldali képe szerint készítsünk egy bevágást a testbe. Cseppentsünk a bevágás végébe mosogatószert! Mi történik?



2. ábra. Habkukacfújó balra, jobbra pedig készül a habkukac.

- *Ami befolyik, az nem folyik ki.* Miért nem folyik ki a gézlappal fedett üvegből a víz, ha az üveget függőlegesen, fejjel lefelé tartjuk?

- *Kifeszülő cérnaszál.* Mártsd a mosogatószeres oldatba a drótkeretet, amelynek két pontjára laza cérnaszál van kötve. Lyukaszd ki a cérnaszál egyik oldalán a hártját! Mi történik?

- Kocka alakú drótkeretet márts az oldatba, majd óvatosan emeld ki! Hogyan helyezkednek el a hártják? (A keretet vékony drótból lehet hajtogatni, illetve barkácsboltokban kapható 2 mm-es réz forrasztóhuzalból is össze lehet forrasztani.)

- *Buborékküldözés.* Megdörzsölt lufit közelíts buborékokhoz!

- *Színkavalkád tejben.* A tányérban lévő tejbe különböző színű ételfestéket csepegtess, majd mosószerben megmártott fültisztítót érints a tej felszínéhez!

- *Hogyan lehet nagy buborékot fújni?* A PET-palackból készített tölcser segítségével fújj egy nagy buborékot! Mi történik, ha abbahagyod a fújást?

- *Hogyan lehet rövid idő alatt a lehető legtöbb buborékot fújni?* Készítsünk habkukacot! A PET-palack tetejét vágjuk le. Az így kapott tölcser szájára egy befőttes gumi segítségével egy vastag törölköző- vagy fürdőköpenydarabot fogassunk rá (2. ábra).

- *Tűzkigyó.* Ha az általunk készített habkigyót nem levegővel, hanem gáztöltő spray segítségével fújjuk, akkor azt meggyújtva tűzkigyó lesz a kukacból. (Csak felnőtt felügyelete mellett végezhető!)

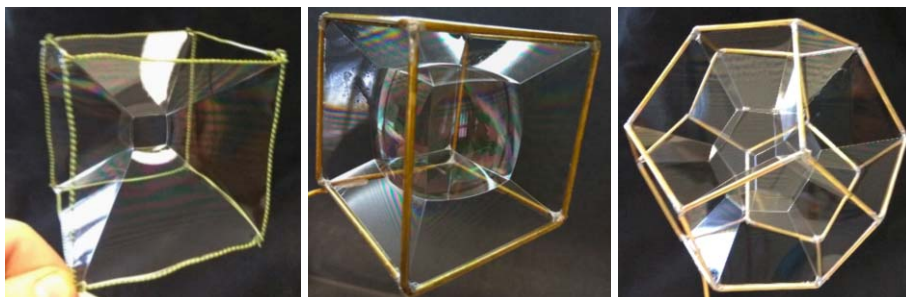
A kísérletek egy részéhez buboiddatot kell készítenünk. Nekem a következő vált be: 1 liter vízhez 2,5 dl mosogatószert és két evőkanál glicerint (gyógyszertárban kapható) kell önteni, majd összekeverni.

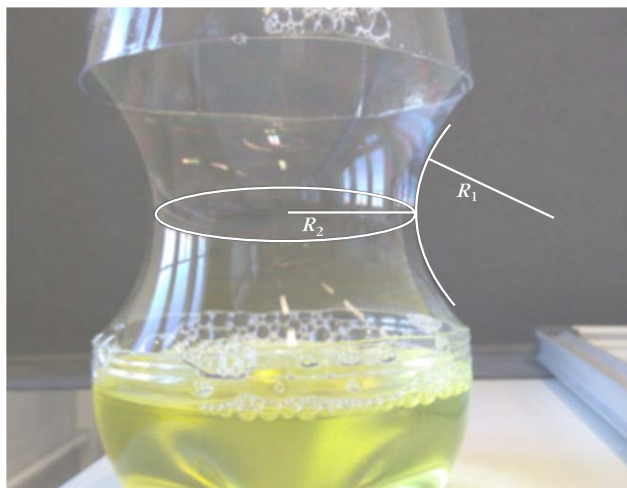
### Minimálfelületek vizsgálata

Érdekes gimnáziumi szakköri téma lehet a minimálfelületek vizsgálata. Az energiaminimumra való törekvés miatt a hártják önmaguktól mindig a lehető legkisebb felszínre húzódnak össze. Ha drótból készített különböző alakú, térbeli keretet kiveszünk a mosószeres oldatból, akkor mindig a legkisebb felületű elrendezést fogjuk látni. Sok esetben meglepő elrendezéseket kapunk (3. ábra).

Joseph Antoine Ferdinand Plateau (1801–1883) elsőként vizsgálta a háromdimenziós minimálfelületeket

3. ábra. Minimálfelületek





4. ábra. A katenoid PET-palackból.

ket. Az általa felállított szabályok alakítják a szappanhártyák geometriáját, és a soklapú (kevés vizet tartalmazó) szappanhabok morfológiáját is. A Plateau-szabályok:

1. Három sík felületű szappanhártya 120 fokos szögben találkozik egy élben. Ha a habot alkotó buborékok görbült felületei találkoznak, akkor a találkozási helyen az érintősíkok zárnak be 120 fokos szöget.

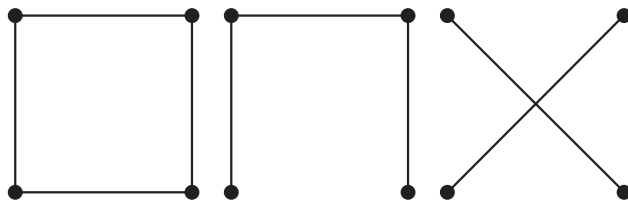
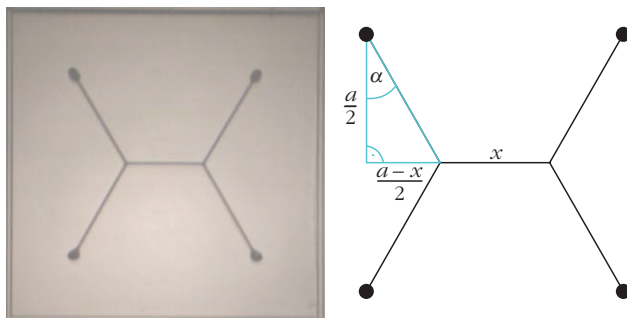
2. Négy él találkozásakor (minden élbe három hártya fut be) az élek 109,47 fokos szöget zárnak be.

Az első szabály nagyon szépen megfigyelhető, ha a kocka alakú kereten létrejövő felület közepébe egy buborékot fújunk, középen egy görbült oldalú – pufi – kocka fog kifeszülni (lásd a 3. ábra középső kép). A második szabály a tetraéder alakú drótkeret oldatba mártásával mutatható meg.

Az ilyen minimálfelületek matematikai módszerekkel történő meghatározása bonyolult probléma, de a keretek oldatba történő mártásával egy pillanat alatt adódik a megoldás, a számítógépek sem oldják meg ilyen gyorsan ezt a problémát. A Plateau-szabályok általános matematikai igazolását Radó Tibor végezte el 1933-ban [5], aki megmutatta, hogy az adott határgörbéjű felületek közül miként lehet a minimális felületű meghatározni.

Minimálfelületek vizsgálatánál egy nagyon érdekes görbült felületre, a katenoidra is érdemes kitérni. A

6. ábra. Balra a minimális úthálózat kísérleti vizsgálata, jobbra a geometriai viszonyok.



5. ábra. Négyzet csúcsait összekötő minimális hosszúságú úthálózat keresése.

katenuoidot definíció szerint úgy kaphatjuk meg, hogy egy láncgörbét a saját vezéregyenese körül forgatunk meg. Ezt a felületet szappanbuborék segítségével is elő lehet állítani. Ha egy PET-palack középső részét úgy vágjuk ki, hogy a palack alsó részéből létrejött tábla beleillik a felső, tölcser alakú rész, akkor a 4. ábra szerinti elrendezéssel könnyen elkészíthetjük ezt a felületet. E felület érdekessége az, hogy az  $R_1$  és  $R_2$  fő görbületi sugarak minden pontban megegyező nagyságúak, de ellentétes előjelűek. (Ha a felület valamely pontjába merőlegest állítunk és ezen át síkukat fektetünk, akkor a felületből kimetszett síkgörbék közül egy görbületi sugara maximális, az erre merőleges síkgörbéé pedig minimális. Akkor negatív egy görbületi sugár, ha a kimetszett síkgörbe a folyadékon kívülről nézve konkáv.) Ebből adódik, hogy a katenoid görbületi nyomása nulla lesz. Az eredeti hengeres palackalakat is elő tudjuk állítani, ha a palack száján keresztül levegőt fújunk be, majd befogjuk azt. Ebben az esetben már nem lesz nulla a görbületi nyomás, a belső és külső légnyomások különbségével lesz egyenlő. Ha a palack felső részét egyre feljebb emeljük, akkor felületünk egyszercsak középen befűződik.

Ugyancsak szakkörön tanulmányozhatók a minimális úthálózatok. Feladat: keressük meg a megadott pontokat összekötő utakat (minden pontból minden pontba el lehessen jutni) közül a minimális hosszúságút. Három pont esetén ezt megkapjuk, ha a pontokat összekötjük az izogonális, vagy más néven a Fermat-ponttal. Hogyan néz ki a négyzet csúcsait összekötő minimális úthálózat? Az 5. ábra bal oldala szerinti úthálózat hossza  $4a$ , a középső elrendezés esetén ez már csak  $3a$  és a jobb oldali esetben még kisebb:

$$2 \cdot \sqrt{2} a.$$

Kérdés, hogy van-e ennél rövidebb úthálózat?

A választ kísérletileg sokkal könnyebb megadni, mint elméleti úton. Két egymással párhuzamos plexilap közé úgy tegyünk 4 darab távtartót, hogy ezek egy négyzet csúcsaiba essenek és a két lap egymástól mért távolsága körülbelül 2-3 cm legyen [3] (ezt CD-tokból és rézvezetékkel könnyen elkészíthetjük). Az egészet mártsuk mosogatószeres oldatba, majd óvatosan emeljük ki. A 4 távtartó között a minimális felületű hártya feszül ki, a lemezek állandó távolsága miatt ez éppen a minimális úthálózatot adja meg. A létrejött úthálózat akár írásvetítő segítségével is kivetíthető (6. ábra bal oldala). Érdekes a létrejött mintázat, amely két csomópontjába 3-3 hártya fut be. Méréssel igazolhatjuk, hogy

ez az úthossz valóban kisebb, mint a már említett

$$2 \cdot \sqrt{2} a.$$

Az általunk készített eszköz esetén  $a = 8,8$  cm és a kapott úthossz 24,2 cm, ami valóban kisebb, mint

$$2 \cdot \sqrt{2} \cdot 8,8 \text{ cm} = 24,89 \text{ cm}.$$

Szögmérővel is meggyőződhetünk arról, hogy valóban  $120^\circ$ -os szöget zárnak a csomópontokba befutó hárták.

Ha a konkrét esetre kísérletileg már megkaptuk a minimális út hosszát, akkor az általános esetre is kiszámíthatjuk. Bebizonyíthatjuk azt is, hogy teljesül a  $120$  fokos feltétel, azaz az egy élbe befutó három hártya egymással  $120$  fokos szöget zár be. A 6. ábra jobb oldalán található úthálózat hossza:

$$l(x) = 4 \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-x}{2}\right)^2} + x.$$

Ha ez minimális, akkor  $x$  szerinti deriváltja zérus:

$$\frac{dl(x)}{dx} = 4 \frac{2 \frac{a-x}{2} \frac{-1}{2}}{2 \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-x}{2}\right)^2}} + 1 = 0.$$

Ebből átrendezéssel kapjuk:

$$\frac{\frac{a-x}{2}}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-x}{2}\right)^2}} = \frac{1}{2},$$

azaz  $\sin \alpha = 0,5$ , tehát  $\alpha = 30^\circ$ .

Az elrendezés szimmetriájából adódik, hogy valóban teljesül a  $120^\circ$ -os érintkezés.

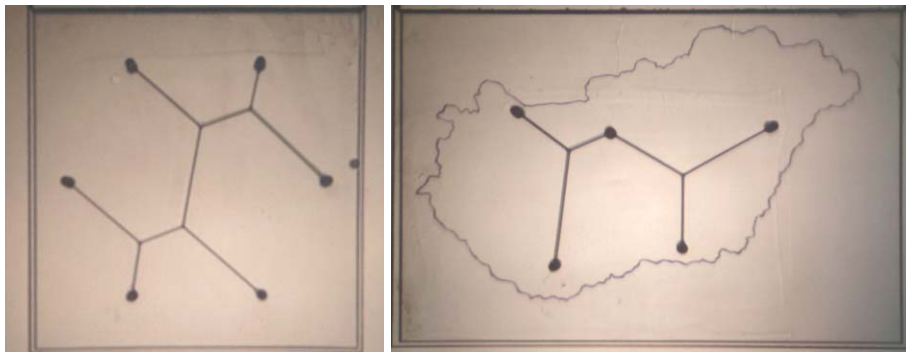
Az  $\alpha$  szög ismeretében  $x$  értékét is kiszámíthatjuk a 6. ábrán berajzolt derékszögű háromszögből. Az  $\alpha$  szög és a befogók kapcsolata:

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\frac{a-x}{2}}{\frac{a}{2}},$$

amiből  $x$  értéke kifejezhető:

$$x = a \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right).$$

Nagyon érdekes, hogy a hártya létrejöttkor a négy csúcsponton kívül két új csomópont alakul ki. Ha



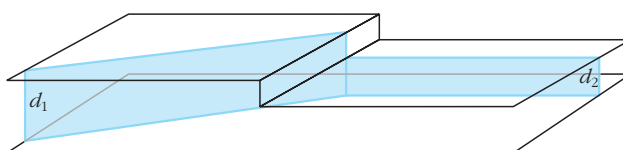
7. ábra. Hat csúcs esetén létrejövő minimális úthálózat (balra) és Magyarország néhány nagyvárosát összekötő minimális úthálózat (jobbra).

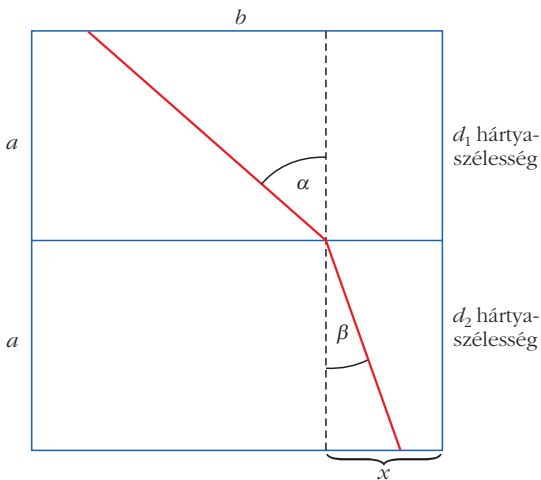
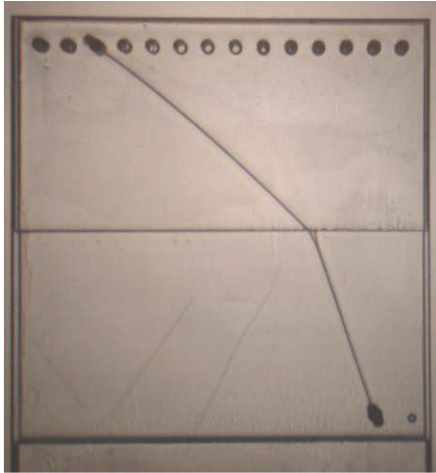
egy hatszöggel végezzük el a kísérletet (7. ábrán balra), akkor már négy csomópont fog megjelenni, minden csomópontba 3 hártya fut be a fenti feltételnek megfelelően. Általános is bizonyítható, hogy ha  $n$  darab csúcs között szeretnénk a minimális hosszúságú utat kijelölni, akkor ehhez  $(n-2)$  darab új csomópontot kell használnunk, amelyek mindegyikébe 3, egymással páronként  $120$  fokos szöget bezáró út fog befutni [4].

Ha Magyarország néhány nagyvárosát (Győr, Budapest, Szeged, Pécs, Debrecen) szeretnénk összekötni a lehető legrövidebb úttal úgy, hogy minden városból minden városba eljuthassunk, akkor szappanhártyával ezen úthálózat tervét is „kirajzoltathatjuk” (7. ábra jobb oldala). Persze ez az úthálózat nem veszi figyelembe a természeti akadályokat, például, hogy a Dunán vagy a Tiszán hol vannak hidak.

Mi történik akkor, ha a két plexilap közötti távolság változik? Ezt úgy lehet kivitelezni, hogy egy kisebb méretű plusz plexilapot ragasztunk egy másik plexire és ezt szembefordítjuk egy harmadik plexilappal. Így az eszköz egyik felén egymástól  $d_1$ , a másik felén egymástól  $d_2$  távolságra lesznek a plexilapok. Ha az elkészült eszköz két tetszőleges pontjába távtartókat helyezünk, akkor a hártya majd ezek között fog kifeszülni (8. ábra). Ha az elkészült eszközt a mosószeres oldatba mártjuk, majd óvatosan kiemeljük, akkor a fénytöréshez hasonló jelenséget látunk (9. ábra, felül). A hasonlóság nem véletlen, mindkét esetben egy „minimumelv” teljesül. A fény a Fermat-elv szerint mindig olyan úton halad, amelynek megtételéhez szükséges idő minimális. A Hamilton féle „legkisebb hatás elve” éppen a Fermat-elv analógiájára született meg. Az első esetben az idő extremálissá válása határozza meg a fény útját, a második esetben meg a Lagrange-függvény időintegráljának, a hatásintegrál minimuma. A Hamilton féle elv egyik következménye a minimális potenciális energiára való törekvés.

8. ábra. Változó vastagságú plexilapokból készült eszköz.





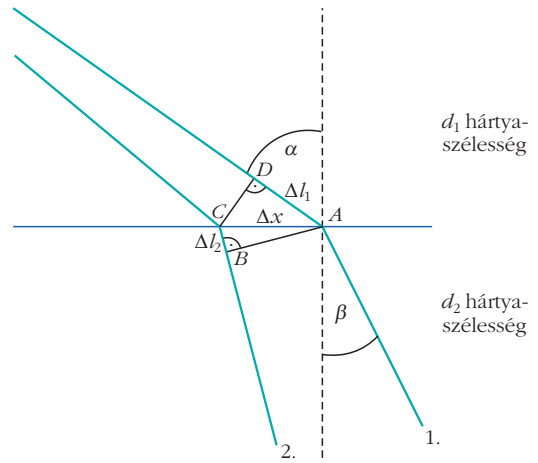
9. ábra. Hártya törése, a kísérlet felül és a geometria alul.

Ebben az esetben is igaz az, hogy minimális hártya-felszínhez tartozik a legkisebb energia. Vizsgáljuk meg, milyen összefüggés van a 9. ábrán látható  $\alpha$  és  $\beta$  szögek között!

Ha egy függvénynek egy adott pontban szélsőértéke van, akkor ezen pont kicsiny környezetében a függvényérték gyakorlatilag nem változik. Ha itt csak kissé változtatjuk meg a „beesési irányt”, akkor a 10. ábrán látható 1-es és 2-es esetben is ugyanakkora lesz a kifeszülő hártya területe. Amennyivel csökken a  $d_1$  szélességű hártya területe, annyival növekszik a  $d_2$  szélességű hártya területe:

$$d_1 \Delta l_1 = d_2 \Delta l_2.$$

Az  $ACD$  derékszögű háromszög  $C$  csúcsánál lévő szöge  $\alpha$ , mert az ábrán jelölt  $\alpha$  szög és az  $ACD$  szögek merőleges szárú hegyes szögek. Hasonlóan kapjuk, hogy az  $ACB$  derékszögű háromszög  $A$  csúcsánál lévő szöge  $\beta$ . Ezt felhasználva:



10. ábra. Segítség a szélsőérték számításához.

$$d_1 \Delta x \sin \alpha = d_2 \Delta x \sin \beta.$$

Egyszerűsítés és átrendezés után kapjuk:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{\frac{d_2}{d_1}}.$$

Igazoljuk kísérletileg a fentieket! Plexilapokból készült eszközünk felső részébe több furatot készítünk egymás mellé, így az egyik távtartó helyét változtatni tudjuk (9. ábra, felül). Valamelyik felső furatba helyezzük el a távtartót. A mosogatószeres oldatból kiemelve kifeszül a hártya. A határfelület és a hártya által bezárt szög mérésével (szögmérőt használhatunk) megadhatjuk a „beesési” és a „törési” szöget. Ha a felső pálcát egy másik furatba helyezzük át, akkor ezek a szögek természetesen változni fognak, újabb adatpárt kapunk. Mérési adatainkat az alábbi táblázat tartalmazza:

$\alpha$ (°)	10	13	16	19
$\beta$ (°)	23	31	39	47
$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$	0,44	0,44	0,43	0,44

11. ábra. Állóhullámok szappanhárttyával.



Mérési adatainkból kiszámíthatjuk a beesési és a törési szögek szinuszainak hányadosát. Jól látszik, hogy ez a hányados állandó értéket vesz fel. Ezek után tololómérő segítségével megmérhetjük a plexilemezek távolságát:

$$d_1 = 9,98 \text{ mm és } d_2 = 4,4 \text{ mm.}$$

Ezek aránya:

$$\frac{d_2}{d_1} = 0,44,$$

tehát valóban visszakapjuk a mért szögek szinuszának hányadosát.

Középiskolában az állóhullámok tanításánál is szerepet kaphatnak a szappanhártyák. Réz forrasztó pálcából különféle kereteket készíthetünk. A kifevülő hártyákat akár saját magunk, vagy egy rezgékeltetővel is rezgésbe hozhatjuk. Megfelelő frekvencia esetén nagyon látványos állóhullámokat kaphatunk (11. ábra). Az ábra jobb oldalán látható kör alakú keret megfelelő frekvenciájú le-fel mozgatásával akár 3-4 csomóvonallal rendelkező állóhullámot is létrehozhatunk.

Megpróbálhatjuk megmagyarázni a szappanhártyák színeit, ha megismerjük a vékonyréteg-interferencia minden részletét. Ha egy dobozt úgy állítunk be, hogy a rá feszített hártya függőleges legyen, akkor a visszavert fényben több érdekes jelenséget is megfigyelhetünk (12. ábra). A hártya színe sávonként vál-



12. ábra. Interferencia függőleges szappanhártyán.

tozik, a színes sávok szélessége időben változik, viszont a hártya legfelső része nem színes. Az értelmezés nem egyszerű feladat, a sávok színeinek és vastagságának alakításában sok tényező játszik szerepet.

Szappanhártyákkal könnyű kísérletezni, az óvodások is ezért szeretik a buborékokat, de a tudósok számára a szappanhártyák bonyolult fizikai-kémia nano-rendszerek, amelyek még ma is aktív kutatás tárgyát képezik, s takarnak még meglepetéseket.

#### Irodalom

1. Jarosievitz Beáta: Tehetség gondozás hazai és nemzetközi projektekkkel. *Budapesti Nevelő* (2009/4) 90–99.
2. Jarosievitz Beáta: Fordulj a társadhoz! Saját eszközökkel megvalósított interaktív tanítási módszer a fizika oktatásában. In: *Társadalom, kulturális báltér, gazdaság*. International Research Institute s.r.o, 2016, 396–403.
3. Bérces György, Főzy István, Holics László, Isza Sándor, Juhász András, Poór András, Rajkovits Zsuzsa, Skrapits Lajos, Tasnádi Péter: *Fizikai kísérletek gyűjteménye 1*. Typotex Kiadó, Budapest, 1994, 222–225.
4. <https://es.scribd.com/doc/78830427/The-Science-of-Soap-Films-and-Soap-Bubbles-Cyril-Isenberg> 58.
5. <https://archive.org/details/ontheproblemofpl029131mbp>