

BESZÁMOLÓ A 2016. ÉVI EÖTVÖS-VERSENYRŐL

Tichy Géza – ELTE Anyagfizikai tanszék

Vankó Péter – BME Fizika tanszék

Vigh Máté – ELTE Komplex Rendszerek Fizikája tanszék

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 2016. évi Eötvös-versenye október 14-én délután 3 órai kezdettel tizennégy magyarországi helyszínen¹ került megrendezésre. Külön köszönettel tartozunk mindazoknak, akik ebben szervezéssel, felügyelettel a segítségünkre voltak. A versenyen a három feladat megoldására 300 perc áll rendelkezésre, bármely írott vagy nyomtatott segéd-eszköz használható, de zsebszámológépen kívül minden elektronikus eszköz használata tilos volt. Az Eötvös-versenyen azok vehetnek részt, akik vagy középiskolai tanulók, vagy a verseny évében fejezték be középiskolai tanulmányaikat. Összesen 77 versenyző adott be dolgozatot, 18 egyetemista és 59 középiskolás.

Az ünnepélyes eredményhirdetésre és díjkiosztásra 2016. november 18-án délután került sor az ELTE TTK Konferenciateremben. A mostani díjazottakon kívül meghívást kaptak az 50 és a 25 évvel ezelőtti Eötvös-verseny nyertesei is. Először az akkori feladatokat mutattuk be.

¹ Részletek: <http://mono.eik.bme.hu/~vanko/fizika/eotvos.htm>

Az 1966. évi Eötvös-verseny feladatai

1. feladat

Vízszintes asztallapon álló, $r = 5$ cm rádiuszú, $m = 100$ gramm tömegű golyónak nekigurítunk $v_0 = 280$ cm/s sebességgel egy ugyanilyen golyót. Hogyan folyik le a mozgás? A golyók és az asztallap között a csúszó súrlódási együttható a sebességtől függetlenül $\mu = 0,02$. Az ütközés rugalmatlan, centrális; a golyók közötti súrlódás és a gördülési ellenállás elhanyagolható. $g = 1000$ cm/s². Vizsgáljuk meg az energiaviszonyokat!

2. feladat

kitűzte: *Károlyházi Frigyes*
Vákuumban elhelyezett hengeres, egyenes drótot állandó értékű feszültségforrásra kapcsolunk. Ekkor a drót izzó állapotban fényt sugároz ki. Hogyan lehet a drót méreteit úgy megváltoztatni, hogy változatlan felvett teljesítmény mellett az összes kisugárzott látható fény mennyisége minél több legyen? A fajlagos ellenállás nem függ a hőmérséklettől.

3. feladat

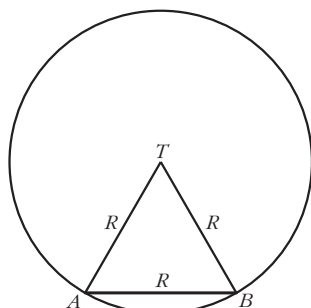
Messziről nézzük a Hold vízben tükröződő képét és azt látjuk, hogy eredetileg $0,5^\circ$ -os látószöge függőleges irányban megkétszereződött. A víz felszínén 12 cm hullámhosszúságú hullámok futnak felénk. Mekkora ezek amplitúdója?

Az 1966-os versenyen még csak érettségizett tanulók indulhattak (gimnazisták csak versenyen kívül). Ebben az évben csak egy I. díjat osztottak ki (II. és III. díjat pedig egyet sem), a díjazott: *Rácz Miklós*, érettségizett a Veszprémi Vegyipari Technikumban, tanárai: *Burger László* és *Pulai István*.

Az 1991. évi Eötvös-verseny feladatai

1. feladat

Egy rögzített T tengely körül könnyen forgó R sugarú mókuserékbe R hosszúságú létrát szereltünk. Egy olyan pillanatban, amikor a kerék éppen nyugalomban van és a létra vízszintes, a mókus elindul az A pontból, és úgy fut át a létrán a B pontba, hogy közben a kerék mozdulatlan marad (1. ábra).



1. ábra

Hogyan kell a mókusnak mozognia? Mennyi idő alatt futott át a létrán?

2. feladat

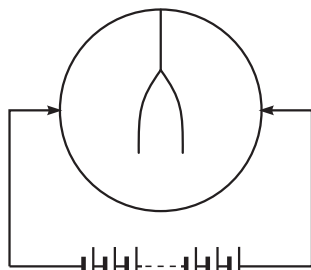
Egy zárt hengert könnyen mozgó, jól záró dugattyú oszt két részre. Kezdetben a dugattyú középen áll. Mindkét oldalon 1 dm^3 térfogatú, 10^5 Pa nyomású, 0° C hőmérsékletű levegő van, a bal oldali részben ezen kívül egy 2 g tömegű jégdarabka is található.

A rendszert lassan 100° C -ra melegítjük. Hol fog elhelyezkedni a dugattyú?

3. feladat

Fémről készült, igen vékony falú, zárt gömbhéj belsejében fonálon egy kétrét hajtott alufóliacsík függ. A gömb két áttelnes pontjára kívülről a 2. ábrán látható módon feszültséget kapcsolunk.

Megmozdul-e az alufóliacsík, és ha igen, hogyan?



2. ábra

Az 1991-es verseny díjazottjai: I. díjat kapott *Bodor András*, az ELTE fizikus hallgatója, érettségizett az ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnáziumban, tanára: *Zsigri Ferenc* és *Káli Szabolcs*, az ELTE fizikus

hallgatója, érettségizett a budapesti Fazekas Mihály Gimnáziumban, tanára: *Horváth Gábor*. Összevont II–III. díjat kapott *Egyedi Péter*, a BME villamosmérnök hallgatója, érettségizett a pécsi Leőwey Klára Gimnáziumban, tanárai: *Csikós Istvánné* és *Kotek László*; *Gefferth András*, a budapesti Fazekas Mihály Gimnázium III. osztályos tanulója, tanárai: *Tóth László* és *Horváth Gábor*; *Katz Sándor*, a bonyhádi Petőfi Sándor Gimnázium III. osztályos tanulója, tanára: *Erdélyesi János*; *Kőszegi Botond*, a budapesti Fazekas Mihály Gimnázium IV. osztályos tanulója, tanára: *Horváth Gábor*; *Miklós György*, a BME villamosmérnök hallgatója, érettségizett a budapesti Szent István Gimnáziumban, tanára: *Kovács István*; *Nagy Benedek*, a KLTE fizikus hallgatója, érettségizett a KLTE Gyakorló Gimnáziumban, tanára: *Dudics Pál*; *Rózsa Balázs*, a budapesti Fazekas Mihály Gimnázium IV. osztályos tanulója, tanára: *Horváthné Dvorák Cecília* és *Szendrői Balázs*, a budapesti Fazekas Mihály Gimnázium IV. osztályos tanulója, tanára: *Horváth Gábor*.

Az eredményhirdetésen jelen volt az 50 évvel ezelőtti győztes *Rácz Miklós* és a 25 évvel ezelőtti díjazottak közül *Gefferth András*, *Miklós György* és *Rózsa Balázs*, utóbbi az akkori feladatok ismertetése után röviden beszélt a versennyel kapcsolatos emlékeiről és pályájáról.

Ezután következett a 2016. évi verseny feladatainak és megoldásainak bemutatása. Az 1. és 3. feladat megoldását *Tichy Géza*, a 2. feladatét *Vankó Péter* ismertette.

A 2016. évi Eötvös-verseny feladatai

1. feladat

kitűzte: *Vigh Máté*
Vízszintes helyzetű, elegendően nagy méretű, téglalap alakú rajztáblán egy begrafitozott kicsiny pénzérme fekszik. A rajztáblát saját síkjában mozgatni kezdjük úgy, hogy középpontja R sugarú körön haladjon ω szögsebességgel, miközben oldalai az eredeti helyzetükkel mindvégig párhuzamosak maradnak. Az érme és a rajztábla közötti súrlódási együttható μ , amelynek értéke elég kicsi ahhoz, hogy az érme folyamatosan csússzon.

Hogyan mozog az érme hosszabb idő után? Milyen nyomot hagy eközben a rajztáblán?

Megoldás

Ha a rajztábla és a pénzérme között a súrlódási tényező elegendően nagy lenne ($\mu > R\omega^2/g$), akkor a pénzérme nem csúszna meg, hanem a táblához tapadva követné annak mozgását. A feladat szövege szerint nem ez a helyzet, így a rajztábla indításakor a pénzérme azonnal megcsúszik. Sejtethető, hogy néhány periódusidőnyi átmeneti (tranzien) szakasz után az érme mozgása állandósul. Megmutatjuk, hogy az egyenletes körmozgást végző pénzérme kielégíti a Newton-féle mozgásegyenletet.

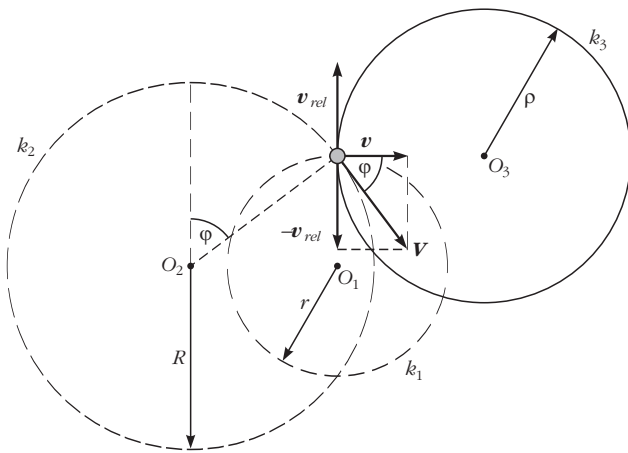
Az m tömegű pénzérmére vízszintes irányban egyetlen erő hat: a μmg nagyságú, de állandóan változó irányú csúszási súrlódási erő. Stacionárius kör-

mozgás esetén az érme sebességének nagysága állandó, ezért a súrlódási erő mindig merőleges a sebességvektorra. A pénzérme körmozgásának szögsebessége nem lehet más, mint a rajztábla mozgásának ω körfrekvenciája. A körpálya r sugarát a mozgásegyenletből határozhatjuk meg:

$$\mu mg = m r \omega^2, \text{ ebből } r = \frac{\mu g}{\omega^2}. \quad (1)$$

Érdekes, hogy r nem függ a rajztábla pályájának R sugarától.

Most térjünk rá arra a kérdésre, hogy milyen nyomot hagy az érme a rajztáblán! Ehhez a két test relatív mozgását kell elemezni. A 3. ábrán látható r sugarú k_1 kör a pénzérme pályáját mutatja az álló vonatkozta-



3. ábra

tási rendszerben, az R sugarú k_2 kör a rajztábla éppen az érmével érintkező pontjának későbbi pályáját jelzi, végül pedig a ρ sugarú k_3 kör a táblán hagyott grafitnyomnak felel meg. Az érme ható csúszási súrlódási erő az O_1 pont felé mutat, tehát az érme rajztáblához viszonyított \mathbf{v}_{rel} sebessége ezzel ellentétes. Az érme álló vonatkoztatási rendszerhez viszonyított \mathbf{v} sebessége viszont erre merőleges, így a rajztábla érmével éppen érintkező pontjának $\mathbf{V} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_{rel}$ sebességére fennáll a Pitagorasz-tétel:

$$\mathbf{V}^2 = \mathbf{v}^2 + \mathbf{v}_{rel}^2. \quad (2)$$

Mivel az állandósult mozgásszakaszban mindhárom sebességvektor ω szögsebességgel forog az időben, a nagyságukat kifejezhetjük a körpályák sugarával:

$$|\mathbf{V}| = R\omega, \quad |\mathbf{v}| = r\omega, \quad |\mathbf{v}_{rel}| = \rho\omega,$$

amit a (2) egyenletbe írva a sugarak között kapunk összefüggést:

$$R^2 = r^2 + \rho^2.$$

Ezt és az (1) eredményt felhasználva megkapjuk a pénzérme által a rajztáblán hagyott kör alakú grafitnyomok ρ sugarát:

$$\rho = \sqrt{R^2 - \left(\frac{\mu g}{\omega^2}\right)^2}.$$

Az érme megcsúszásának $\mu < R\omega^2/g$ feltétele miatt ez mindig valós.

Megjegyzés

Az ábráról leolvasható, hogy az érme mozgása nincs szinkronban a rajztábla mozgásával, hanem ahhoz képest folyamatosan „késik”. A fáziskésés φ szögét is a sebességvektorok által kifeszített derékszögű háromszög segítségével határozhatjuk meg:

$$\cos \varphi = \frac{|\mathbf{v}|}{|\mathbf{V}|} = \frac{r}{R} = \frac{\mu g}{R\omega^2},$$

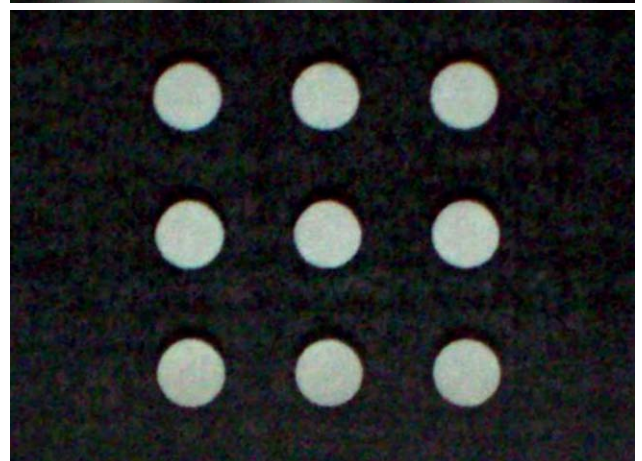
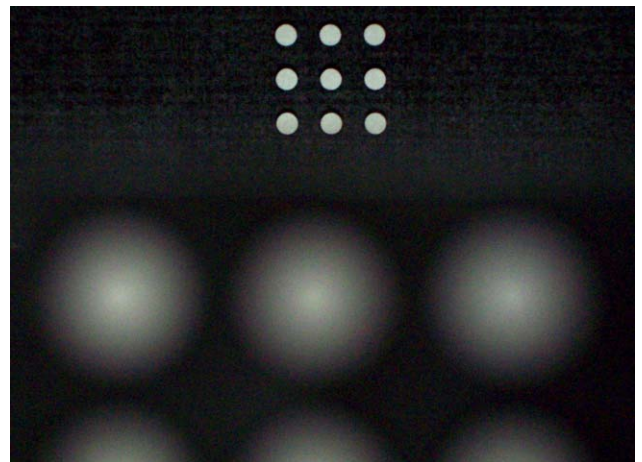
amely csúszó érme esetén biztosan kisebb 1-nél.

2. feladat

kitűzték: Tichy Géza, Vankó Péter

Két egyforma, fekete lapon kilenc-kilenc kicsi fehér pötty van. A szomszédos pöttyök középpontjának távolsága 5,8 mm. A lapokról egy fényképezőgéppel képet készítettünk: a fényképezőgép a távolabbi, a lencsétől 25 cm távolságra lévő lapról éles képet adott, a közelebbiről viszont elmosódott a kép. A 4. ábrán fölül a teljes kép látható, alul pedig a kép tete-

4. ábra

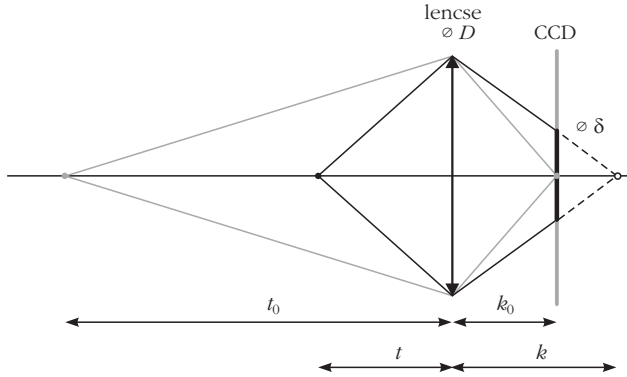


jének kinagyított részlete. A fényképezőgép lencséjének fókusz távolsága 18 mm.

Becsüljük meg a megadott és a képekről lemert adatokból a közelebbi lap távolságát a lencsétől, valamint a fényképezőgép lencséjének átmérőjét!

Megoldás

A feladat megoldásának lényege, hogy megértsük, miért lesz a közelebbi tárgy képe elmosódott. Az 5. ábrán két pontszerű tárgy képe látható. A távolabbiról a lencse pontosan a CCD érzékelő síkjában hoz



5. ábra

létre éles, pontszerű képet. A közelebbiről viszont távolabb keletkezne éles kép, így a CCD-n egy elmosódott, δ átmérőjű folt keletkezik. Az ábra alapján:

$$\frac{D}{\delta} = \frac{k}{k - k_0},$$

a leképzési törvény alapján pedig:

$$\frac{1}{t_0} + \frac{1}{k_0} = \frac{1}{f} \text{ és } \frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}.$$

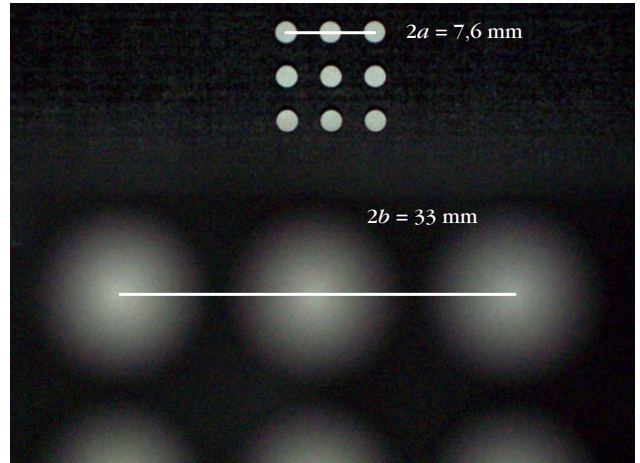
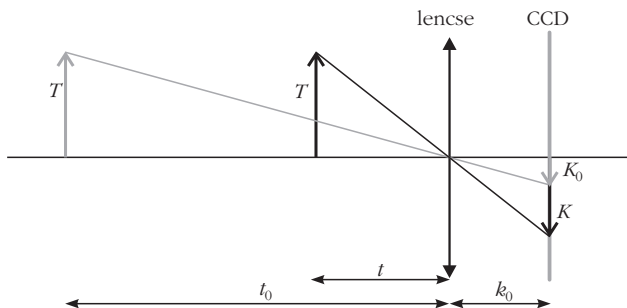
A 6. ábra alapján a közelebbi tárgy távolsága a két kép nagyításának arányából határozható meg:

$$\frac{K_0}{T} = \frac{k_0}{t_0},$$

$$\frac{K}{T} = \frac{k_0}{t},$$

$$\lambda = \frac{K}{K_0} = \frac{t_0}{t}.$$

6. ábra



7. ábra

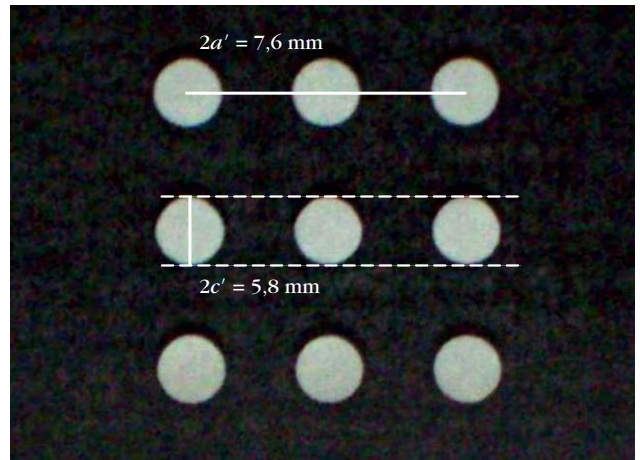
A felső ábráról leolvasható a szélső pöttyök közép-pontjának távolsága (a szomszédos pöttyök távolságának duplája) mindkét képen (7. ábra).

Ebből:

$$\lambda = \frac{K}{K_0} = \frac{2b}{2a} = \frac{33 \text{ mm}}{7,6 \text{ mm}} = 4,34 \text{ és}$$

$$t = \frac{t_0}{\lambda} = \frac{25 \text{ cm}}{4,34} = 5,8 \text{ cm}.$$

Az alsó (nagyított) ábráról leolvasható a pöttyök átmérőjének és távolságának aránya (8. ábra).



8. ábra

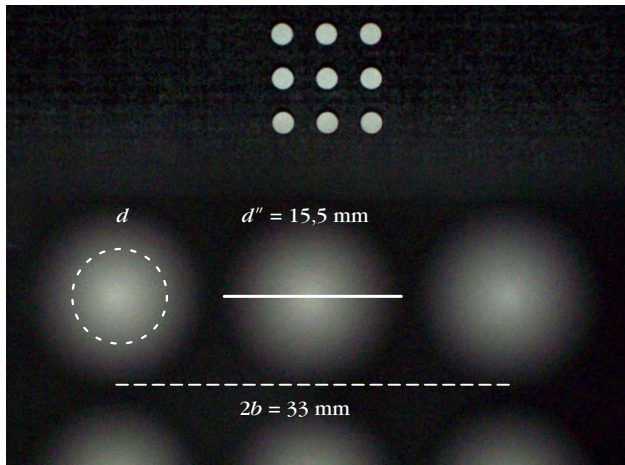
Ebből:

$$\rho = \frac{c'}{a'} = 2 \cdot \frac{c'}{2a'} = 2 \cdot \frac{5,8 \text{ mm}}{24 \text{ mm}} = 0,48.$$

Ez alapján kiszámíthatjuk, hogy mekkora lenne a felső ábrán a közelebbi pöttyök átmérője, ha nem lennének elmosódva:

$$d = \rho b = \rho \frac{2b}{2} = 0,48 \cdot \frac{33 \text{ mm}}{2} = 8,0 \text{ mm}.$$

A 9. ábráról leolvasható az elmosódott kép átmérője: $d'' = 15,5 \text{ mm}$. A két átmérő különbsége a kép elmosódottsága (ekkor lenne egy pontszerű tárgy elmosódott képe ezen a képen):



9. ábra

$$e = d'' - d = 7,5 \text{ mm.}$$

Ezután már csak néhány számítás van hátra. Az 5. ábrán jelölt képtávolságok:

$$k_0 = \frac{t_0 f}{t_0 - f} = 19,4 \text{ mm,}$$

$$k = \frac{t f}{t - f} = 26,2 \text{ mm.}$$

Két pötty távolsága a fényképezőgép CCD érzékelőjén (e távolság a valóságban $a_0 = 5,8 \text{ mm}$, meg van adva):

$$a_{\text{CCD}} = \frac{k_0}{t_0} a_0 = \frac{19,4 \text{ mm}}{250 \text{ mm}} \cdot 5,8 \text{ mm} = 0,45 \text{ mm,}$$

amiből a felső kép nagyítása a CCD-n kialakuló képhez viszonyítva:

$$N = \frac{a}{a_{\text{CCD}}} = \frac{2 a}{2 a_{\text{CCD}}} = \frac{7,6 \text{ mm}}{2 \cdot 0,45 \text{ mm}} = 8,4.$$

Ebből az elmosódottság a CCD érzékelőn:

$$\delta = \frac{e}{N} = \frac{7,5 \text{ mm}}{8,4} = 0,9 \text{ mm,}$$

amiből a keresett lencseátmérő az 5. ábra alapján:

$$D = \delta \frac{k}{k - k_0} \approx 3,5 \text{ mm.}$$

Megjegyzések

1. A kért mennyiségek hibájára csak becslést adunk. A lehető legpontosabb (tized mm-es) leolvasás és egy kicsit „nagyvonalúbb” (fél mm pontos) leolvasás adataival is végigszámolva azt kapjuk, hogy a közelebbi tárgy távolságára kapott eredmény hibája 1-2%, a lencseátmérő hibája pedig 10-15%.

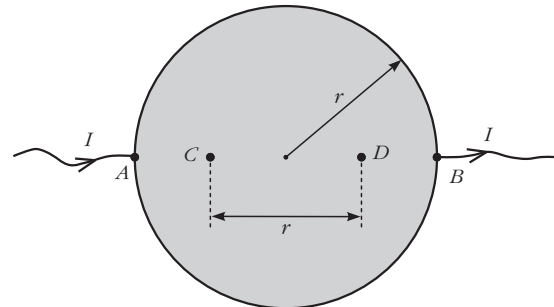
2. A közelebbi tárgy távolságát azért kérdeztük, hogy segítsük a gondolatmenetet. Ezt több versenyző is meghatározta, de nem tudtak továbblépni. A kép elmosódottságával – az egy helyes megoldón kívül –

szinte senki nem tudott mit kezdeni. Néhányan – helytelenül – a fény elhajlásával próbálták magyarázni az elmosódottságot.

3. feladat

kitűzte: Vigh Máté

Egy r sugarú, d vastagságú ($d \ll r$), ρ fajlagos ellenállású fémkorong A pontjába I erősségű áramot vezetünk, B pontjából pedig elvezetjük azt.



10. ábra

Mekkora feszültség mérhető a 10. ábrán látható C és D pontok között?

Megoldás

A fémkorong vizsgálata előtt érdemes egy végtelen fémlemez esetéből kiindulni. Képzeld el, hogy egy végtelen fémlemez A pontjába $2I$ áramot vezetünk, a B pontból pedig elvezetjük azt. Ha csak az A jelű elektróda lenne jelen, a fémlemezben a bevezetett áram izotróp módon terjedne szét, így az A ponttól r_1 távolságra az áramsűrűség nagysága

$$j_1 = \frac{2I}{2\pi r_1 d}$$

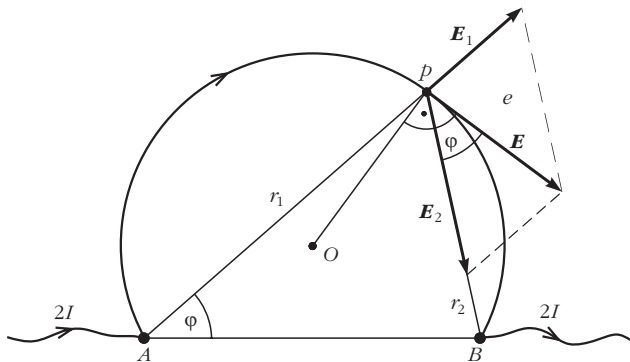
lenne. A differenciális Ohm-törvény értelmében ezt az áramsűrűséget a lemezben megjelenő $E_1 = \rho j_1$ térerősségű elektromos mező tartja fenn, így az A elektróda hatására a végtelen fémlemezben az r_1 távolsággal fordítottan arányos erősségű, az A ponttal ellentétes irányba mutató, „sugaras” elektromos mező alakul ki. Hasonlóan, ha csak a B jelű csatlakozó lenne jelen, akkor r_2 távolságban

$$E_2 = \frac{2\rho I}{2\pi r_2 d}$$

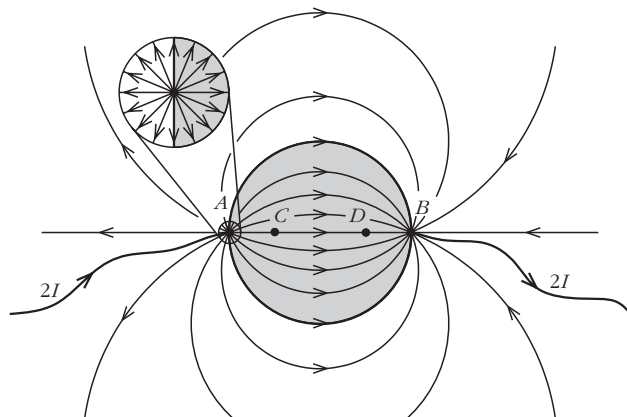
térerősségű, a B pont felé mutató elektromos tér jönne létre. Mivel mindkét elektróda jelen van, így a lemezben kialakuló elektromos tér (és áramsűrűség) az előbbi két eset szuperpozíciójaként (vektori összegeként) számolható.

Tekintsük most a végtelen fémlemez tetszőleges P pontját (lásd a 11. ábrát)! Itt az A és B elektródák hatására külön-külön E_1 és E_2 térerősség alakul ki, amelyek nagyságára az eddigiek szerint fennáll az

$$\frac{|E_1|}{|E_2|} = \frac{r_2}{r_1}$$



11. ábra



12. ábra

egyenlőség. Ebből és a váltószögek egyenlőségéből látszik, hogy az ABP háromszög hasonló a térerősségvektorok által meghatározott háromszöghöz, ezért az eredő térerősségvektor a PB szakasszal ugyanakkora szöveget zár be, mint a PAB szög. Ez viszont azt jelenti, hogy az ABP háromszög (O középpontú) köré írt körét a P pontbeli eredő térerősség érinti, hiszen van két szögünk ($PAB \sphericalangle$, illetve az \mathbf{E} és \mathbf{E}_2 vektorok által bezárt szög), amelyek egyenlőségük miatt a kör ugyanazon PB ívéhez tartozó kerületi szögek.

A fentiekből következik, hogy az eredő térerősségvektor a fémsík tetszőleges pontjában érintője az A , B és a kiszemelt pontra illeszkedő körívnek, a lemezben kialakuló elektromos erővonalak (és így az áramvonalak is) tehát *körív alakúak*, amelyek átmennek az A és B pontokon.

Most gondolatban vágjuk ki a végtelen fémlapból a 12. ábrán látható, korong alakú részt! A korong pereme mentén az áramok a kivágás előtt is érintő irányban folytak, így az áramokra kirótt határfeltétel automatikusan teljesül. A korong kivágása tehát nem változtatja meg sem a külső, sem a belső árameloszlást, és így a feszültségviszonyokat sem. A végtelen fémlapban az áram be- és kivezetési pontjának közvetlen közelében az árameloszlás izotróp volt (itt a távolabbi elektróda hatása már nem érződik), így a korong kivágása előtt a fémlapba vezetett $2I$ erősségű áramnak pontosan a fele jutott be a korongba (lásd az ábrát). A feladatbeli kérdés tehát egyenértékű azzal, hogy mekkora volt a feszültség a végtelen fémlap C és D pontjai között a korong kivágása előtt?

Az A pontban bevezetett $2I$ áram hatására az elektródától r távolságra a fémlap potenciálja (az A és B pontok között félúton, a korong középpontjában elhelyezkedő referenciaponthoz képest) a térerősség integrálásával kapható meg:

$$\Phi(r_1) = \int_{r_1}^{r_0} E_1(r') dr' = \frac{2\rho I}{2\pi d} \int_{r_1}^{r_0} \frac{1}{r'} dr' = -\frac{\rho I}{\pi d} \ln \frac{r_1}{r_0},$$

ahol $r_0 = r$. Ennek felhasználásával az A pontbeli elektróda által a C és D pontok között létrehozott feszültség nagysága

$$U_{CD}^{(A)} = \frac{\rho I}{\pi d} \left(-\ln \frac{r}{2r_0} + \ln \frac{3r}{2r_0} \right) = \frac{\rho I}{\pi d} \ln 3.$$

Ugyanekkora potenciálkülönbséget hoz létre a B jelű elektróda is, így a szuperpozíció értelmében a C és D pontok között eső feszültség

$$U_{CD} = U_{CD}^{(A)} + U_{CD}^{(B)} = 2 U_{CD}^{(A)} = \frac{2\rho I}{\pi d} \ln 3.$$

Ekkora tehát a kivágott fémkorong C és D pontjai közötti feszültség is.

Régi és új díjazottak, valamint tanáraik.



Az esemény végén került sor az eredményhirdetésre. A díjakat *Patkós András*, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat elnöke adta át.

Egyetlen versenyző sem oldotta meg mindhárom feladatot, így a versenybizottság első díjat nem adott ki.

Két feladat helyes megoldásáért *második díjat* nyert *Kovács Péter Tamás*, a Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Juhász Tibor* és *Pálovics Róbert* tanítványa, valamint *Tompa Tamás Lajos*, a miskolci Földes Ferenc Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Zámborszky Ferenc* és *Kovács Benedek* tanítványa.

Egy feladat helyes megoldásáért *harmadik díjat* nyert *Forrai Botond*, a budapesti Baár-Madas Református Gimnázium érettségizett tanulója, *Horváth Norbert* tanítványa – a BME fizikus hallgatója; *Lajkó*

Kálmán, a Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Mező Tamás* tanítványa, valamint *Simon Dániel Gábor*, a Kecskeméti Bányai Júlia Gimnázium 11. osztályos tanulója, *Bakk János* tanítványa.

A második díjjal *Zimányi Gergely* adományából nettó 40 ezer, a harmadik díjjal nettó 25 ezer forint pénzjutalom járt, a díjazottak tanárai pedig a Typotex Kiadó könyvutalványait kapták. A verseny megszervezését az Eötvös Loránd Fizikai Társulat a MOL támogatásából fedezte.

Mind a díjazottaknak, mind tanáraiknak gratulálunk a sikeres versenyzéshez. Köszönetünket fejezzük ki az összes versenyzőnek, hogy részvételükkel, és tanáraiknak, hogy a felkészítéssel, tanításukkal emelték a versenyt, és ezzel a magyar oktatás színvonalát.