

# Csodálatos égi tünnemény

## Fizikus szemmel a szivárványról

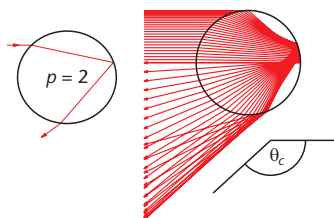


Esős nyári délutánon a ragyogó Nap fényében gyakran látható egy, esetleg két színes ív az égbolton, a jól ismert szivárvány. A századok alatt, az optika tudományának fejlődésével párhuzamosan egyre tökéletesebb elméleteket dolgoztak ki a fizikusok a szivárvány értelmezésére.

A szivárványt akkor láthatjuk, ha az előttünk hulló esőcseppekre a mögöttünk lévő Nap rásüt. Alakja körív, két fő íve figyelhető meg: a *főszivárvány* és a halványabb *mellékszivárvány*. A főszivárványban a belső körív kék, míg a külső vörös színű. A mellékszivárványban a színek sorrendje fordított, a belső körív vörös, a külső kék. Az interneten több helyen is találhatunk fényképeket a szivárványról és más léggöroptikai jelenségekről [1]. A főszivárvány alatt ritkán további járulékos íveket láthatunk, ezek értelmezése alapvető szerepet játszott a szivárvány pontosabb elméletének kidolgozásában.

Már az ókori világ természettudósait is foglalkoztatta a szivárvány értelmezése. *Arisztotelész* még úgy vélte, hogy a szivárvány a napfény felhőkön történő visszaverődésének a következménye. De arab tudósok is jelentős eredményeket értek el az optikai kutatások terén, köztük *Ibn al-Haitham*, csillagászként *Alhazen* néven is ismert. Szerinte a nedves és sűrű levegő gömb alakú tükörként veri vissza a napsugarakat. A szivárvány ívének szögét elsőként *Roger Bacon* mérte meg 1266-ban. Eredményei szerint a főszivárvány esetében a szivárvány ívének egy pontjából a Nap felé és a megfigyelő felé mutató irány  $42^\circ$ -os szöget zár be. Mellékszivárványra ez a szög  $50^\circ$ . Csak 17 évszázaddal *Arisztotelész* után adott pontosabb magyarázatot

a jelenségre *Freiberger Theodorich* német szerzetes. Kísérleteihez vízzel töltött üveggömböt használt, és megfigyelte a szivárványt létrehozó fénysugarak menetét. Három évszázadon át elfelejtették *Theodorich* eredményeit. 1637-ben *René Descartes* mutatta meg, hogy a főszivárvány keletkezésénél a fény először megtörik a vízcsepp felületén, majd annak belső felületén egyszer visszaverődik, és aztán ismételt fénytöréssel kilép belőle. Mellékszivárványnál a vízcseppben belül két visszaverődés történik. *Descartes* megállapította,



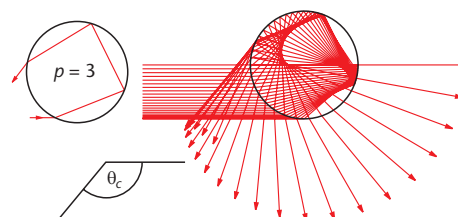
1. ábra. A vízszintesen balról beeső fénysugarak menete főszivárványnál (a húrok száma  $p=2$ ).

hogy a szemünkbe érkező különböző színű fénysugarak különböző vízcseppekből jönnek.

A szivárvány pontosabb megértésében a kulcsfontosságúnak számító elméletek három témakörhöz csoportosíthatók: (i) *Descartes* geometriai optikán alapuló elmélete, (ii) a fény hullámtermészete, (iii) a *Maxwell-egyenlet*ek alapján kidolgozott *Mie-elmélet*.

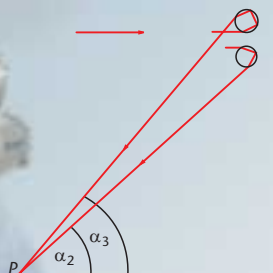
*Descartes* geometriai optikai magyarázatához a *Snellius–Descartes-töréstörvényt* alkalmazta:  $\sin\alpha/\sin\beta = n$ , ahol  $\alpha$  a beesési,  $\beta$  törési szög és  $n$  az anyag törésmutatója. A Nap fénye közel párhuzamosan érkezik az esőfelhőben lévő vízcseppek felületéhez. Egy fénysugár menete egyszeres belső visszaverődés esetén az 1. ábra bal oldali részén látható (a belső visszaverődések száma helyett

az irodalomban szokásos módon, a vízcseppben belüli húrok  $p$  számát adtuk meg). *Descartes* nagy türelemmel szerkesztette meg közel száz párhuzamosan beeső fénysugár menetét. Ma már könnyen írhatunk olyan számítógépes programot, amellyel ezt a feladatot gyorsan megoldhatjuk. Az eredmény az 1. ábra jobb oldali részén látható. A vízcseppből kilépő fénysugarak irányát jellemezhetjük a  $\theta$  szórási szöggel, ami a belépő és kilépő sugár közti szög. Az 1. ábrából szembetűnő, hogy a vízcseppből kilépő összes fénysugár  $\theta$  szórási szöge nagyobb egy kritikus  $\theta_c$  szögnél. A  $\theta_c$  szög csak a víz  $n$  törésmutatójától és a húrok  $p$  számától függ [2]. Ezt a speciális sugármenetet *Cartesius-sugármenet* nevezük. Jól látható az 1. ábrából, hogy a *Cartesius-sugármenet* közelében beeső párhuzamos sugarak a vízcseppből kilépve közel párhuzamosak maradnak, a nyaláb ebben az irányban a legintenzívebb [2]. Más esetekben a nyaláb a víz-



1. ábra. A vízszintesen balról beeső fénysugarak menete mellékszivárványnál (a húrok száma  $p=3$ ).

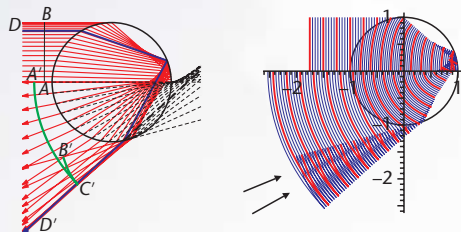
cseppből kilépve szétszóródik. Így a *Cartesius-sugármenet*nek kitüntetett szerepe van. Pontos matematikai számításokkal megmutatható, hogy a főszivárványt a bejövő fénysugár irányához képest  $\alpha_2 = 180^\circ - \theta_c(p=2) = 42,5^\circ$  irányból látjuk legintenzívebbnek vörös színű fényre (azaz  $n = 1,330$  törésmutatóval számolva) [2]. Hasonló módon alakul ki a hal-



3. ábra. A  $P$  megfigyelőhöz érkező legintenzívebb fénysugarak iránya a beeső vörös színű fény irányához viszonyítva  $\alpha_2 = 42,5^\circ$ -os és  $\alpha_3 = 50,1^\circ$ -os fő- és mellékszivárványnál.

ványabb mellékszivárvány, amikor a vízcseppen belül két visszaverődés történik (a húrok száma  $p = 3$ ). Ekkor a balról párhuzamosan beeső sugarak a 2. ábra szerint egy kritikus  $\theta_c(p=3)$  szögnél kisebb szórási szöggel lépnek ki a vízcseppből (megjegyezzük, hogy  $\theta_c(p=3) < \theta_c(p=2)$ ). A mellékszivárványt a bejövő fénysugár irányához képest  $\alpha_3 = 180^\circ - \theta_c(p=3) = 50,1^\circ$  irányból látjuk legintenzívebbnek vörös színű fényre (azaz  $n = 1,330$  törésmutatóval számolva) [2].

A fentiek alapján már könnyen megérthetjük, hogy miként alakulnak ki a szivárvány ívei. A 3. ábra az esőfelhő két különböző helyén lévő vízcseppben a Cartesius-sugármenetet mutatja vörös színre a fő- és a mellékszivárványnál. Mint láttuk,



4. ábra. A bal oldali ábra mutatja, hogyan változik a kezdeti  $AB$  egyenes síkú hullámfront alakja egy bizonyos idő elteltével ( $A'C'B'$  görbe). A  $D$  és  $D'$  pontokon átmenő vastag vonal a Cartesius-sugármenetet jelöli. A jobb oldali ábra a hullámfront időbeli fejlődését mutatja. A nyílak irányában látjuk az első két járulékos ívet.

ezekből az irányokból érkezik az esőcseppekről a legintenzívebb fény egy távoli  $P$  megfigyelőhöz. Ha a cseppből kilépő Cartesius-sugár egyenesét a  $P$  pont körül úgy forgatjuk el, hogy közben az egyenes mindig  $\alpha_2$ , illetve  $\alpha_3$  szöveget zárjon be a bejövő fény irányával (a 3. áb-

rán vízszintes vonal), akkor az egyenes egy kúppaláston mozog, és a cseppekből induló végpontja egy körívet ír le, amely a szivárvány íve adott színű fénysugárra. A víz törésmutatója függ a fénysugár színétől, ezért az  $\alpha_2$  és  $\alpha_3$  szögek nagysága is. Egyszerű számítások szerint főszivárványnál  $\alpha_2$  vörös színre nagyobb, mint kék színre, így a külső ív vörös, a belső kék színű, ahogy ezt a természetben megfigyelhetjük. Mellékszivárványnál a számítások szerint a színek sorrendje, a megfigyelésekkel összhangban, fordított a főszivárványhoz képest [2]. Megmutatható, hogy a  $42,5^\circ$ -os és  $50,1^\circ$ -os szögek közti irányban (a fő- és mellékszivárvány között) egy sötét tartomány alakul ki, az Alexander-féle sötét sáv [2].

A továbbiakban a szivárványnak a fény hullámtermészetén alapuló elméletét ismertetjük. A jelenség jobb megértéséhez figyelembe kell vennünk a fény polarizálhatóságát és az interferencia-képességét, hiszen a vízcseppeken megtörő fény polarizálódik, és így a szivárványról érkező fény síkban poláros.

Időnként a főszivárvány belső köríve alatt járulékos íveket is megfigyelhetünk, amelyekre pontos matematikai elméletet elsőként George Biddell Airy adott 1838-ban. Röviden tekintsük át az elmélet főbb gondolatát! A vízcseppre különböző beesési szöggel érkező „fénysugarak” azonos idő után különböző utat tesznek meg. Ezért a 4. ábra bal oldalán látható, a bejövő fénysugarakra merőleges síkú  $AB$  hullámfront a vízcseppből kilépve már nem lesz sík. Kiszámítottuk, hogy a vízcseppben való áthaladás után miként torzul a hullámfront, az eredményt a  $A'C'B'$  görbe mutatja. Látható, hogy a hullámfront a  $C'$  pontban „megtörik”, de minden elemi szakasza továbbra is merőleges lesz az adott elemi szakaszon átmenő fénysugárra. A 4. ábra jobb oldali részén a hullámfront időbeli fejlődése látható. Mivel minden hullámfront két „megtört” szakaszból áll, ezek kü-

lönöző hosszúságú utakat tesznek meg a megfigyelőig, és így egymással interferálnak. Az ábrán jól látható, hogy a nyíllal jelzett irányokban erősítik egymást a frontok. Ezekben az irányokban láthatók a járulékos ívek. Airynek sikerült közelítőleg kiszámítani a megfigyelőhöz érkező fény intenzitásának a szögfüggését [2]. Az Airy-elmélet jól közelíti a mért szögfüggést, és csak kisméretű vízcseppekre ( $R \leq 0,1$  mm), illetve  $\theta \gg \theta_c$  szögekre (a főszivárvány irányától „távol”) nem ad helyes eredményt.

Meglepő módon csak a 20. század elején sikerült kidolgozni a szivárvány értelmezésének egzakt elméletét. A vízcseppre érkező és szóródó fény elektromágneses síkhullám, melynek  $E$  elektromos és  $B$  mágneses terét a Maxwell-egyenletek írják le. A fényszórásra 1908-ban Gustav Mie vezetett le analitikus megoldást. Numerikus szempontból reménytelennek látszott abban az időben az elmélet jóslatait összevetni a kísérleti eredményekkel. Sokáig feledésbe is merült az elmélet. Csak az utóbbi évtizedekben, a számítógépes lehetőségek javulásával került ismét az érdeklődés középpontjába. Így sikerült értelmezni két másik, közismert légtörési jelenséget, a koszorút és a glóriát is [2]. Végül érdemes megjegyezni, hogy a 20. századbeli fizika egyik legfontosabb eredménye, a kvantummechanika alapján több neves fizikus is rámutatott a szivárvány és az atomokon szóródó részecskék kvantummechanikai szórási problémája közti hasonlóságra [2].

Az optika tudományának fejlődésében mindig nagy szerepet játszott az újabb elméletek alkalmazása a szivárvány leírására.

Cserti József

Eötvös Egyetem, Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

#### Irodalom

1. <http://www.atoptics.co.uk/>  
<http://www.sundog.clara.co.uk/rainbows/supers.htm>
2. <http://complex.elte.hu/~cserti>