

Az alábbi kísérlet leírására a *Quantum* című folyóiratban [1] bukkantam, amikor egy diákcsoport számára projektfeladatot kerestem. A kísérlet roppant egyszerű, olcsó eszközökkel megvalósítható, és nagyon tanulságos. Kivitelezése nem igényel különösebb technikai jártasságot, a gyerekek maguk is elkészíthetik. Jó szívvel ajánlható érdeklődő gyerekek számára szakköri vagy projektfeladatnak. Módot ad már régóta ismert jelenségek újbóli átgondolására, de lehetőséget kínál a hidraulikus ugrás középiskolai megfigyelésére is. Ezzel a jelenséggel nap mint nap találkozunk, például a konyhai mosogatóban, ám nem szerepel sem a középiskolai, sem az egyetemi tanárképzés tananyagában.

Kísérleti eszközünk egy 0,2 mm vastagságú vörösréz lemezről kivágott 10 cm átmérőjű korong, amelynek közepébe egy 20 mm átmérőjű, 3 mm mély horpadást kalapáltunk. A lemez tömege 14 gramm. A kísérlet során a korongot különböző módokon lebegtettük a víz felszínén egy konyhai mosogató medencéjében.

Lebégés a nyugvó vízfelszínen

A rézlemez óvatosan a víz felszínére fektettük, és amikor elengedtük, nem merült el (*1. ábra*).

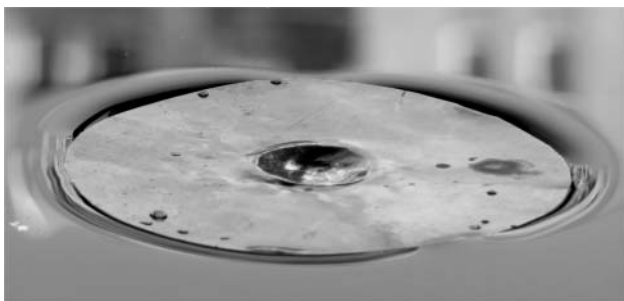
Ehhez hasonló jelenséget minden tanár bemutat a diákjainak, amikor a felületi feszültséget tanítja. Alapkísérlet a vízben úszó borotvapenge, régi alumínium tű-, hús- vagy ötvenfilléres, iratkapocs bemutatása. A rézlemez lebegése mégis meglepetést okozott. A korong túl nehéz volt ahhoz, hogy a felületi feszültség megtartsa.

Amikor a jelenséget meg akarjuk magyarázni, általában a *2. ábrához* hasonló rajtot készítünk. A korongra a nehézségi erő és a felületi feszültségből származó erő hat. Eszerint a nehézségi erő ellensúlyozásához még $\vartheta = 0^\circ$ illeszkedési szöveget feltételezve is

$$\alpha = \frac{0,14 \text{ N}}{0,314 \text{ m}} = 0,45 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

nagyágú felületi feszültségre lenne szükség, ami a valódi értéknek több mint a hatszorosa.

1. ábra. A lemez a víz felszínén lebegve behorpasztja maga alatt a vizet.



Miután a gyerekekkel meggyőződünk arról, hogy nem szorultak légbuborékok a lemez alá, és a horpadás sem képez akkora üreget, hogy ez fenntartsa a lemezt, alaposabban megfigyeltük a jelenséget.

A lemez alatt a víz jelentősen behorpad, annyira, hogy a lemez felszíne a vízszint alá süllyed. Ez azt jelenti, hogy a lemez aljának magasságában már 1-1,5 víz-mm hidrosztatikai nyomás uralkodik. Az ebből fakadó nyomóerő segít megtartani a lemezt a víz felszínén (*3. ábra*). A szükséges h mélységet kiszámíthatjuk:

$$F_b = mg - \alpha_{\text{víz}} 2 r \pi = \rho g b r^2 \pi,$$

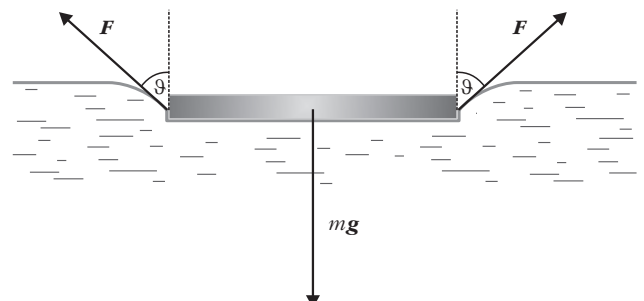
ahonnan $h = 1,49$ mm adódik. Ez reális mélység, a lemez teteje több mint 1 mm-rel a víz felszíne alá süllyed. Bár lényegében nem a felületi feszültség tartja fent a rézlemez, a felületi feszültségnek a jelenség létrejöttében mégis fontos szerepe van, stabilizálja a behorpadt folyadékhatárt.

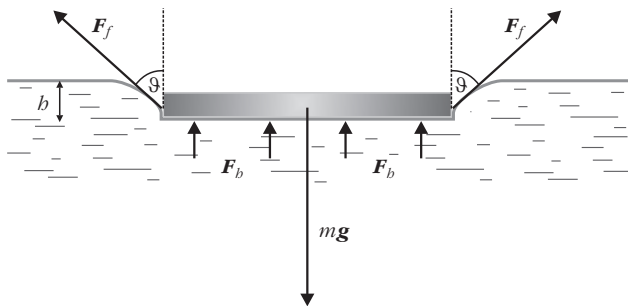
Több könyvben és feladatgyűjteményben [2–4], köztük a tanárképzésben használatos könyvekben is utánanéztam, és bár a témakört bevezető kísérletről van szó, nem találtam magyarázatot. Csak a „kockás” sorozatban megjelent, *Vermes Miklós* által írt *Mechanika példatárban* [5] találtam utalást arra, hogy a felületi feszültség önmagában nem elegendő a tárgyak lebegtetéséhez. Mérvadó internetes források [6–8] között is csak egyet találtam, amely rávilágít a jelenség hátterére.

Megkérdeztem sok, nagy tapasztalattal rendelkező kollégámat, hogy miként magyarázzák a jelenséget. Kérdésemre szinte mindenki a *2. ábra* által szemléltetett magyarázatot mondta el, vagyis egy általános, szájhagyomány útján terjedő tévedésről van szó.

Örvedetes, hogy a Typotex kiadónál nemrégiben megjelent *333 furfangos feladat fizikából* című könyv részletesen foglalkozik a problémával [9]. A következőkben az ott leírt gondolatmenetet ismertetem. Térjünk vissza a *3. ábrához*, amely a jelenség függőleges metszetét mutatja. Távolodjunk el a tárgytól annyira, hogy ott már a vízfelszín vízszintes legyen; a *4. ábrán* lévő metszeten az *A* és *B* pontig. Szemeljük ki az *ABCD* metszettel jelzett térfogatot, amelyet az ábrán

2. ábra. A jelenséget egyedül a felületi feszültségből származó erővel magyarázó szokásos (helytelen) ábra.





3. ábra. A b mélységbe süllyedt korongot nagyrészt a hidrosztatikai nyomásból eredő F_b felhajtóerő tartja fenn a vízben.

szaggatott vonal határol, és amit most tekintünk egy testnek. Láthatjuk, hogy ezt a testet a felületi erők csak vízszintesen húzzák, függőleges összetevőjük tehát nincs. A kiszemelt térfogatra az erőegyensúly úgy jön létre, hogy a nehézségi erőt (amely lényegében csak a pénzérmére hat, a levegő súlya elhanyagolható) kizárólag a hidrosztatikai nyomásból származó felhajtóerő ellensúlyozza. Ezen erő nagysága pedig a kiszorított folyadék súlyával egyezik meg, vagyis akkora, mint az $ABCD$ metszettel jellemzett térfogatot kitöltő folyadék súlya lenne.

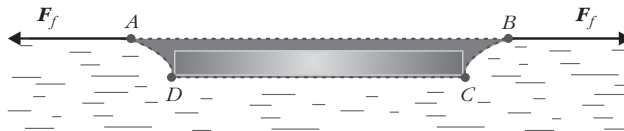
A pénzérmére ténylegesen ható hidrosztatikai nyomásból származó erő a pénzérme aljára hat, nagysága az 5. ábrán $CDEF$ metszettel jellemezhető térfogat súlya. A fennmaradó AED és CFB rész által kiszorított térfogat a felületi feszültség által kialakított folyadékfelszínnek köszönhető. Ezért gondolkozhatunk úgy, hogy a felületi feszültségből származó erő járuléka az ADE , CFB metszetekkel jellemzett térfogatok által kiszorított folyadék súlyával egyenlő. Látható, hogy a test súlyától, sűrűségétől, a vízzel érintkező felületének nagyságától függ, hogy a felhajtóerő és a felületi erők milyen arányban felelősek a test lebegtetéséért.

Lebegés vízszög alatt

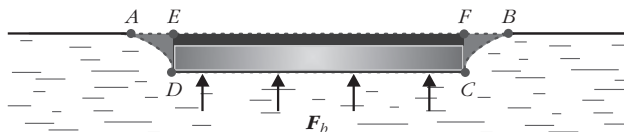
A kísérlet *Quantum*-beli leírása szerint a víz felszínére fektetett korong közepére, nagyjából a bemélyedést megcélözva, függőleges vízszög alatt bocsátunk, majd elengedjük a lemezt. Meglepve tapasztalhatjuk, hogy noha a korong most teljesen a víz alatt van, ráadásul a becsapódó erős vízszög is lefelé nyomja, mégis fent marad a víz tetején, a vízszög alatt lebeg (6. ábra).

Megfigyelhetjük, hogy a lemezre csapódó vízszög széttérül, és nagyon lapos, sugárirányú, viszonylag gyors lamináris áramlási réteget hoz létre a korong felszínén. A sekély réteg meglehetősen nagy területre terjed ki. A korong széléhez közel az áramlási réteg magassága hirtelen megnő, a lamináris áramlást turbulens zóna követi, úgynevezett hidraulikus ugrás következik be. Az ugrás után az áramlás lelassul.

Ha változtatjuk a lemezre csurgó vízszög vízhozamát, a hidraulikus ugrás helye is változik. Nagyobb vízhozam esetén kitolódik a korong pereme felé, ala-



4. ábra. Szemeljük ki az $ABCD$ metszettel jelzett térfogatot!



5. ábra. A hidrosztatikai felhajtóerő (F_b) és a felületi feszültségből származó erő arányát a $CDEF$ és az $ADE + BFC$ metszetekkel jellemzett térfogatok aránya adja.

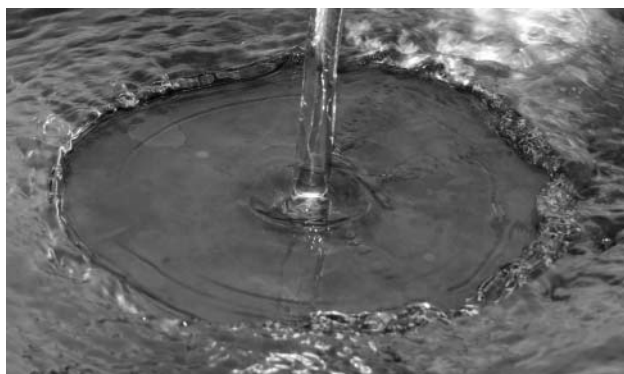
csenyebb vízhozam esetén összeszűkül. Ha egy kritikus érték alá csökkentjük a vízhozamot, a lemez már nem marad meg a víz felszínén, elsüllyed.

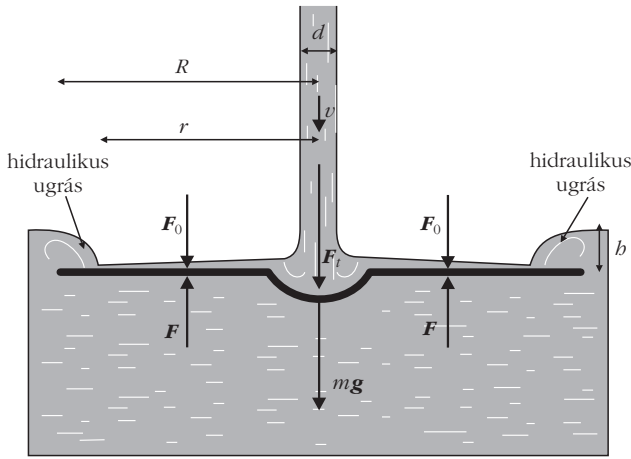
Fontos megemlítenünk, hogy a lemez közepén kialakított bemélyedés szerepe az, hogy stabilizálja a korong helyzetét a vízszög alatt.

Mi tartja a víz felszínén a lemezt? A lemez sűrűsége nagyobb a vízénél, ráadásul a vízszög is lefelé nyomja, így el kellene süllyednie. A *Quantumban* leírt cikk szerint a megoldást a Bernoulli-törvény szolgáltatja. A lemez felett gyorsan áramló vízben a nyomás csökken, míg a lemez alatt a víz nyugalomban van, tehát itt a mélységnek megfelelő hidrosztatikai nyomás uralkodik. A korong két oldalán a Bernoulli-törvénynek megfelelően fellépő nyomáskülönbségből származó erő emeli a lemezt.

A fenti magyarázat jól hangzik, rögtön elhiszi az ember, és örül, hogy íme, milyen szép újabb, szokatlan kísérlettel támaszthatjuk alá a Bernoulli-törvény igazságát. Ráadásul sok iskolában van olyan kísérleti eszköz, ami ehhez nagyon hasonló jelenséget mutat be áramló levegővel. Ennek leírása *Budó Ágoston Kísérleti fizika* I. kötetében is szerepel, a neve aerodinamikai paradoxon [3]. Itt egy vízszintesen tartott merev tányér közepén függőlegesen álló csövön keresztül levegőt fújhatunk a tányér és az alatta helyet foglaló papírkorong közé. A papírkorong ahelyett, hogy a beáramló levegő torlónyomása miatt eltávolodna a tányértől, hozzásimul ahhoz, felemelkedik a Bernoulli-törvénnyel összhangban.

6. ábra. A vízszög alatt lebegő rézlemez. A korong felszínén sekély, lamináris áramlási zóna után a korong pereméhez közel hidraulikus ugrás figyelhető meg.





7. ábra. A vízszögár alatt lebegő lemezre ható erők: mg a nehézségi erő, F_i a becsapódó vízszögár torlónyomásából származó erő, F_0 a külső légnyomásból származó erő, F a lemez alatti nyomásból származó erő; a becsapódó vízszögár v sebessége, a becsapódó vízszögár d átmérője, a hidraulikus ugrás r távolsága a középponttól, a korong R sugara, a lemez alja b mélységig süllyed a vízfelszín alá.

A két kísérlet közötti megnyugtató párhuzam azonban mégsem állja meg a helyét. A levegővel végzett kísérlet esetén az áramlás a tányér és a papírkorong közötti zárt térből lép ki a szabad levegőre, ahol normál légköri nyomás uralkodik, és az áramlás lelassul. Egy áramvonalat végigkövetve itt elmondhatjuk, hogy a lemezek közötti gyors áramlás (a lemez középpontja környékétől eltekintve) csökkenti a nyomást, ezért a papírlapot a külső légnyomás a tányér felé tolja.

A mi vízben lebegő korongunk esetében azonban a gyors áramlás nem zárt térben, hanem a szabad levegővel érintkezve zajlik. Minthogy nagyon sekély ez a réteg, jogos az a feltételezés, hogy esetünkben a folyadékban mindenütt a külső légnyomás uralkodik. Ha nem így lenne, hanem csökkenne a nyomás a folyadék belsejében, a víz felületét a nyomáskülönbség lefelé mozdítaná el, amit nem tapasztalunk, az áramlás stabil. Vagyis a lemez tetejét a nagyon sekély lamináris áramlási zónában mindenütt gyakorlatilag a külső nyomás terheli. Ez a Bernoulli-törvény érvényessége miatt azt is jelenti, hogy az áramlás sebessége ideális folyadék esetén mindenütt ugyanakkora lenne.

Mi tartja fenn a korongot a víz felszínén? Vizsgáljuk meg az erőket, amelyeket a 7. ábra is szemléltet! A lemezre lefelé hat az mg nehézségi erő, a becsapódó vízszögár torlónyomásából származó F_i erő, a lemez felett uralkodó p_0 nyomásból származó F_0 erő, felfelé pedig csak a lemez alatt uralkodó nyomásból fakadó F erő. Ennek alapján láthatjuk, hogy a lemezt a statikus esethez hasonlóan itt is az alatta uralkodó hidrosztatikai nyomásból származó erő tartja meg a víz felszínén. Ahhoz, hogy ez az erő kellően nagy lehessen, a korongnak a vízfelszín alá kell süllyednie. Eszerint a gyorsan áramló réteg szerepe a lemez lebegtetésében nem az, hogy a légnyomás alá csökkentse a korong feletti nyomást, hanem az, hogy a korong közepétől a hidraulikus ugrásig kiszorítsa a korong fölé beáramlani kész vizet.

Elméletünk igazolására becsüljük meg az erők nagyságát, majd a besüllyedés mértékét.

A testre ható nehézségi erő mg . A becsapódó vízszögár által kifejtett F_i erőt a következők alapján becsülhetjük meg: a beérkező vízszögár elveszti függőleges irányú lendületét, szétterülve, minden irányban azonos sebességgel halad tovább. A teljes vízmennyiség összimpulzusa ekkor zérus. Az időegységre eső lendületváltozás adja a vízszögár tolóerejét:

$$F_i = \frac{\Delta mv}{\Delta t} = \frac{\rho \Delta V v}{\Delta t} = \rho q v,$$

ahol v a becsapódó vízszögár sebessége, ρ a víz sűrűsége, $q = \Delta v / \Delta t$ pedig a vízhozam.

A vízhozam meghatározásához egy ismert térfogatú edény megtöltésének idejét mérhetjük. A víz sebességét a vízhozam ismeretében úgy határozhatjuk meg, hogy a becsapódás helyén megmérjük a vízszögár d átmérőjét:

$$v = \frac{q}{\frac{d^2}{4} \pi} = \frac{4q}{d^2 \pi},$$

amiből

$$F_i = \frac{4\rho q^2}{d^2 \pi}.$$

Az F_0 erő becsüléséhez elhanyagoljuk a becsapódó vízszögár által elfoglalt d átmérőjű kör területét, valamint feltételezzük, hogy a vízhozam akkora, hogy az ugrás kitolódjon a korong pereméig ($r = R$).

Ha a külső légnyomás p_0 , akkor

$$F_0 = p_0 R^2 \pi.$$

A korongot alulról nyomó F erő:

$$F = p_b R^2 \pi = (p_0 + \rho g b) R^2 \pi,$$

ahol b a korong alsó felületének mélysége.

Írjuk fel az erők egyensúlyát kifejező egyenletet:

$$mg + F_0 + F_i = F,$$

vagyis

$$mg + p_0 R^2 \pi + \frac{4\rho q^2}{\pi d^2} = (p_0 + \rho g b) R^2 \pi.$$

Ebből

$$mg + \frac{4\rho q^2}{\pi d^2} = \rho g b R^2 \pi.$$

Méréseink szerint $mg = 0,137$ N, $q = 4,3 \cdot 10^{-5}$ m³/s, $d = 0,005$ m, $R = 0,05$ m, amiből

$$(0,137 + 0,094) \text{ N} = 7,85 \frac{\text{N}}{\text{m}} b,$$

amiből $b = 2,94 \cdot 10^{-3}$ m adódik, azaz a lemez körülbelül 3 milliméter mélyre süllyed. Ezt tapasztalataink is alátámasztják, a lemez besüllyedése a 6. ábrán is látható.

Érdekes, hogy esetünkben a torlónyomásból származó erő kisebb a lemez súlyánál.

Ha a vízhozamot csökkentjük, a lemezt a becsapódó víz kevésbé nyomja, ezzel a korongot fent tartó F erőnek is csökkennie kell. Ez úgy valósul meg, hogy miközben valószínűleg a h mélység is változik valamennyit, a hidraulikus ugrás a középpont felé húzódik vissza. Mélyebb elemzések szerint az ugrás középponttól mért r távolsága a vízhozam kétharmadik hatványával arányos: $r \sim q^{2/3}$ [10]. Így lecsökken az a terület, ahol a gyorsan áramló víz kiszorítja a lemez fölé beáramlani kész víztömeget. A lemez pereménél már a hidrosztatikai nyomás is növeli a lemezre lefelé ható erőt. Ez lecsökkenti az F és az F_0 erők különbségét. Ha a vízhozam egy kritikus érték alá esik, a lemez nem képes tovább a víz felszínén lebegni, elsüllyed.

Ha valaki kedvet kap a kísérlet elvégzésére és nincsen rézlemeze, a következő jól bevált kísérleti összeállítást javasoljuk. Egy CD-lemez közepén lévő lyukra alulról erősítsünk szigetelőszalaggal vagy cellulusszal pénzérmét (a 20 Ft-os érme kitűnő). A lyuk pénzérmével átellenes oldalát is ragasszuk le ragasztószalaggal úgy, hogy a horpadás megmaradjon, de a lyuk éles pereme lankássá váljon. Különböző szétterülő vízszugár a perembe ütközik és felfelé fröcsköl, a lemez pedig nem lebeg stabilan. Ügyeljünk az elrendezés szimmetriájára! Helyezzük a lemezt a pénzérmével lefelé fordítva a víz felszínére! Ha függőleges vízszugarat bocsátunk a közepére, úgy viselkedik, mint a rézlemezünk (8. ábra).

Ezzel a témával iskolánkban, a budapesti Berzsenyi Dániel Gimnáziumban egy régebben érettségizett diákcsoporttal foglalkoztunk tehetség gondozó szakción. A diákok közül *Berkes Bence* és *Kocsis Máttyás* munkájukkal a Szegedi Tudományegyetem Kísérleti Fizikai Tanszékének kísérleti diákpályázatán első helyezést értek el a 2011/2012-es tanévben.



8. ábra. A „preparált” CD-lemezzel elvégzett kísérlet.

Irodalom

1. Luzin: An unsinkable disk. *Quantum* (1999. Sept./Oct.) 42.
2. Tasnádi P., Skrapits L. Bérczes Gy.: *Mechanika I., II.* Dóm-Diálóg Campus, 2013.
3. Budó Á.: *Kísérleti fizika I.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1975.
4. Kovács I., Párkányi L.: *Fizika példatár, Mechanika I.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1980.
5. Vermes M.: *Mechanika példatár.* Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1972.
6. <http://kiserletek.versenyvizsga.hu/show/130/F-B-G>
7. <http://tudasbazis.sulinet.hu/hu/termeszetudomanyok/fizika/fizika-7-evfolyam/kepgyujtemeny-folyadekok-es-gazok-tema/korhoz/feluleti-feszultseg>
8. http://titan.physx.u-szeged.hu/~julio/Dokumentum_MechHull/OptKis.html#id313064
9. Gnädig P., Honyek Gy., Vigh M.: *333 furfangos feladat fizikából.* Typotex, Budapest, 2014.
10. Y. Brechet, Z. Neda: On the circular hydraulic jump. *American Journal of Physics* 67/8 August 1999.