

4. ábra. A földszinti lakások radonszintjeinek becslött, félempirikus, kumulatív eloszlása. A négyzetek a területenként becslött, majd összesített lakások számát, míg a folytonos vonal az illesztett lognormál eloszlást mutatják.

téknél nagyobb radonszint. A 10 ezernél kisebb lélekszámú települések esetén bemutatjuk, hogy e lakások száma hány százaléka az adott területen lévő összes földszinti lakásnak (3. táblázat).

A 3. táblázatban feltüntetünk geográfiai, geológiai utalásokat is. További, főként geológiai kutatások segítése a célunk. A síkságokon, dombvidékeken, mészkő-hegységeken épült kistelepüléseken általában kisebb arányban várhatóak nagyobb radonszintű házak. Egyes kutatók szeretik kiemelni, hogy a gránitrögökön, a gránithegységeken várható sok radon a házakban. Nekünk egy folyóhordalékra épült Sajó–Hernád-völgyi település „vitte el a pálmát”. De geológusokkal közös és részletekbe menő kutatás feladata lesz majd az is, hogy vajon a mátrai települések vagy a Börzsöny esetében milyen speciális hidrotermális folyamatok dúsították fel egyes területek talajában az uránt, hiszen a vulkáni eredetű, illetve magmás kőzetekre nem jellemző általában a nagy urán-koncentráció. Jól látszik az eredményekből például az a geológiai tény, hogy a Velencei-hegység és a Mórággyi rög gránitja nem azonos típusú: míg a Mórággyi rög településeinél a közepesen nagy radonszintű házak vannak többen, addig a 600 Bq/m<sup>3</sup> fölött valószerűsíthető lakások számaránya inkább a Velencei-hegységben nagyobb.

A városok és a falvak csoportjaira tehát külön-külön megbecsültük az adott értéknél nagyobb radonszintű földszinti lakások számát. (Az adott csoportban létező összes földszinti lakás számát a KSH adattárából vettük.) Ezután – hasonlóan a nagyvárosoknál követett eljárásához –

összeadtuk az így kiszámított számokat külön a városok, illetve a falvak esetére, s megnéztük, hogy a városok, illetve falvak összes földszinti lakásának hány százalékat teszik ki ezek az összegek (1. táblázat 3. és 4. adatsora). Ugyanezt az eljárást alkalmaztuk az egész ország (nagyvárosi, városi és falusi) földszintes házaira is. Természetesen nem adtunk becslést azon csoportokra, ahol nem volt elegendő mérési eredményünk ahhoz, hogy a  $\chi^2$ -teszttel ellenőrizni tudjuk a lognormál eloszlás elfogadhatóságát. Ezekben a területeken van a magyarországi lakások 8%-a.

A mért 15602 adat alapján a fenti eljárással a hazai lakások 92%-ának radonszint-eloszlására tudunk következtetni. A földszinti 15277 mérési eredményből becslött, országos, kumulatív eloszláshoz megkíséreltünk lognormál eloszlást illeszteni (4. ábra). A  $\chi^2$ -teszt  $\alpha = 0,05$  szignifikanciaszinten ezt a hipotézist nem engedte.

A maximum likelihood módszerrel azonban bármilyen eloszlású adathalmazhoz (azaz nem lognormál esetben is) kiszámolható a mértani közép és a geometriai standard deviáció. Annak ellenére, hogy az 4. ábrán (sötét négyzetekkel) bemutatott eloszlás nem tartozik a lognormál eloszlások családjába (legalábbis  $\alpha = 0,05$  szignifikanciaszintet megkövetelve), mégis kiszámítottuk ezeket a paramétereket:

$$GM = 82 \text{ Bq/m}^3 \quad \text{és} \quad GSD = 2,0 \text{ Bq/m}^3.$$

Óva intünk azonban bárkit attól, hogy ezekből a paraméterekből kockázatbecslés érdekében megbecsülje a 600 Bq/m<sup>3</sup> vagy annál nagyobb radonszintek fölött lévő magyarországi otthonok számát. Amint azt az 4. ábrából látjuk, ezzel a lognormál függvénnel alábecsülné a nagy radonszintű házak számát.

Meggondolandó, hogy az országot jellemezhetjük-e az egyes sztrátumokhoz megbecsült  $m'$ , illetve  $\sigma'$  paramétereknek a sztrátumhoz tartozó lakásszámokkal súlyozott átlagával. Ezekre a földszinti lakások esetében

$$GM = 83 \text{ Bq/m}^3 \quad \text{és} \quad GSD = 1,9 \text{ Bq/m}^3$$

adódott, míg az összes magyarországi lakás 92%-ára

$$GM = 61 \text{ Bq/m}^3 \quad \text{és} \quad GSD = 1,8 \text{ Bq/m}^3.$$

Mindazt, ami a cikkben a statisztikai elemzéssel kapcsolatos, Pál Lénárdtól tanultuk. Köszön(t)jük!

## VERSENGŐ TÁRSULÁSOK

Szabó György  
MTA MFA

Az utóbbi években a tudomány különböző területein felgyorsult és kiszélesedett a fizika módszereinek alkalmazása. Ez a folyamat részben annak köszönhető, hogy ezek a sikeres fizikai módszerek alapozták meg a mai fejlett technológiákat, és ezáltal fontos szerepet játszottak életvitelünk gyökeres megváltoztatásában. Másrészt, a mérés- és számítástechnika gyors fejlődése mindenütt lehetővé tette a jelenségek pontosabb vizsgálatát és nu-

merikus szimulálását, ami egyúttal lendületet adott a térbeli matematikai modellek vizsgálatának is a biológia, a közgazdaságtan és a viselkedéskutatás területén. A felsorolt tudományterületek közös vonása, hogy számos jelenségkör leírásának matematikai hátterét a térbeli evolúciós játékelmélet szolgáltatja.

A legegyszerűbb térbeli evolúciós játékelméleti modellben a játékosokat egy négyzetrács pontjain helyezzük

el. Ebben az esetben a négyzettrács szerepe csupán annyi, hogy az elsőszomszéd-kapcsolatok definiálják azt, hogy melyik játékos kivel játszhat. A szereplők egyéni jövedelme a szomszédok közötti játékokból származik. A játék nyereseményét mindkét játékos befolyásolhatja azzal, hogy a lehetséges döntések (stratégiák) közül melyiket választja. A játékelmélet neve magában foglalja játékosaink azon törekvését, hogy mindegyikük a lehető legnagyobb nyereseményt kívánja elérni az adott szabályok mellett. A klasszikus játékelmélet [1] módszereket kínál arra, hogy az intelligens játékosaink a lehetséges nyeresemények (más szóval a nyereséymátrix) ismeretében megtalálhassák a számukra legkedvezőbb döntést. Ezzel szemben, az evolúciós játékelméletben [2–4] a játékosok egyszerűen átveszik (megtanulják) a sikeresebb szomszéd stratégiáját. Ez a darwini evolúciós szabály jól jellemzi az állatok, emberek, illetve embercsoportok viselkedését.

A biológiai fajok közötti kölcsönhatás is jellemezhető egy nyereséymátrixszal, amely az utódlétrehozás képességére (fitness) kifejtett hatást számszerűsíti. Ekkor a stratégiát maga a faj testesíti meg. A legegyszerűbb „kölcsönhatás” esetén a ragadozó megeszi a zsákmányt, és annak helyén hátrahagyja a saját utódját. Szolidabb kölcsönhatások és finomított evolúciós szabályok bevezetésével bonyolult ökológiai rendszerek is modellezhetővé válnak.

Ma már viszonylag sokat tudunk a kevés szabadsági fokkal jellemezhető rendszerek viselkedéséről. A jól megkevert rendszerekben például a Lotka–Volterra-típusú modellek számot adnak a fajok egyensúlyi sűrűségéről vagy akár a sűrűség oszcillálásáról is. A kevés fajjal rendelkező térbeli modelleknél kielégítő pontossággal ismerjük a térbeli hatások következményeit. Jól kevesebbet tudunk az olyan sokfajú rendszerek viselkedéséről, ahol a rövid távú kölcsönhatás és a fluktuációk miatt az egyedek általában nem érezhetik a számukra optimális (sokfajú) környezetet, mivel hatótávolságukon belül csak néhány faj tartózkodhat. E modellek tipikus tulajdonsága, hogy számos olyan részlegesen stabil megoldással rendelkeznek, melyek a fajok egy részének létét tételezik fel. A térbeli modellekben ezek a fajtársulások spontán módon jönnek létre és alkotnak változó méretű tartományokat. Ezek a térbeli társulások egymással is versengenek, és a határok mentén befolyásolhatják egymás térbeli szerkezetét (és ezen keresztül a működését is). A sikeresebb társulás területet hódít el versenytársától. Mivel a lehetséges társulások száma általában jóval meghaladja a fajok számát, ezért (az evolúciós szabályoktól függően) gyakran alakul ki ciklikus dominancia a társulások között, amely egy állandóan változó (önszervező) térbeli szerkezeten keresztül társulások (és fajok) sokaságát képes életben tartani.

Egy 1947-es cikkében *Alex S. Watt* [5] számos megfigyelt növényi társulás példáján keresztül mutat rá arra, hogy egyes ökológiai rendszerek térben és időben állandóan változó mintázattal rendelkeznek. Más szóval, találtak olyan rendszereket, amelyekben a fajtársulás összetétele térben és időben (többé-kevésbé) periodikusan változik. Természetesen már akkor felmerült annak lehetősége, hogy ez a viselkedés jóval általánosabb és egyúttal

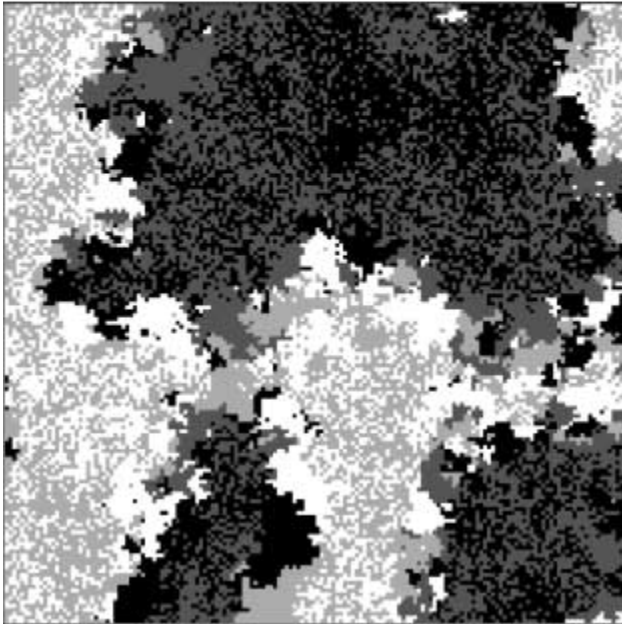
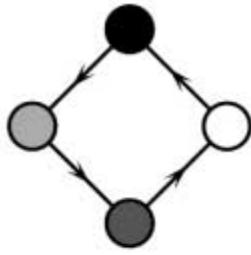
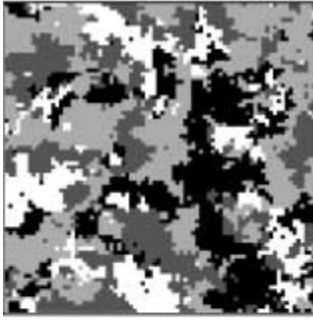
sokszínűbb annál, mint amit a korai példák sejtene engedtek. A statisztikus fizikában az úgynevezett bozóttűz-modellek [6] adnak számot arról, hogy három állapot (növekvő fa, égő fa és hamu) ismétlődik ciklikusan térben és időben. A továbbiakban ennél jóval összetettebb folyamatokat kívánunk tanulmányozni.

A jelenségek bemutatására és tanulmányozására egy látszólag nagyon leegyszerűsített modellt választottunk. El kell azonban mondani, hogy az eredeti, négyfajú, ciklikus ökológiai modellben a fajok egyedei egy (folytonos) síkon bolyongtak, és ha látókörükbe került egy zsákmány, akkor azt megették, és az így nyert táplálék révén utódot hagytak hátra. Ez a sokparaméteres modell ugyanolyan jellegű állapotokat és állapotváltozásokat mutatott, mint a következő fejezetben ismertetett modell. Más szóval, itt is érvényesül az univerzalitás elve, amely lehetővé teszi, hogy a lényeges folyamatok pontosabb megismerése érdekében a vizsgálatokat a lehető legegyszerűbb modellekre korlátozzuk.

## Négyfajú ciklikus ragadozó–zsákmány modell

A ciklikus ragadozó–zsákmány modellek háromfajú változatát egy rácson *Tainaka* [7] vezette be 1988-ban. A modell négyfajú változatában négy faj egyedei helyezkednek el egy négyzettrács pontjain. Az egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy minden rácspontban egy egyed található, vagyis a fajok térbeli eloszlásának leírására használhatjuk a négyállapotú Potts-modell formalizmusát [8], ahol az  $i$ -ik rácspont állapotváltozója ( $s_i = 1, 2, 3, 4$ ) arra utal, hogy melyik faj egyede tartózkodik az adott helyen. A négy faj ciklikus ragadozó–zsákmány viszonyban van egymással, vagyis az 1-es faj ragadozója a 2-esnek, amely ragadozója a 3-asnak, amely ragadozója a 4-esnek, s amely ragadozója az 1-esnek (és ezzel a kör bezárult). A fajok térbeli eloszlásának változását a már említett ragadozó–zsákmány kölcsönhatás vezérli. Az elemi folyamat során a modellben véletlenül kiválasztunk két elsőszomszédos rácspontot, és ha ott egy ragadozó és zsákmánya található, akkor a zsákmány eltűnik, és a helyét elfoglalja a ragadozó utódja. Semmi sem történik, ha a két kiválasztott rácspontban ugyanazon faj egyedei találhatók. Ezzel szemben, ha a két különböző faj semleges (pl. 1 és 3, vagy 2 és 4), akkor  $X$  valószínűséggel megengedjük a helycseréjüket. Modellünkben ez a folyamat teszi lehetővé a keveredést, és egyúttal ennek erőssége ( $X$ ) a modell egyetlen paramétere [9].

Nyilvánvaló, hogy ez a modell számítógépes szimulálásra teremtett. Egy véletlen kezdőállapotból indítva a rendszert a szimulációk segítségével meghatározhatjuk az átmeneti folyamatok után kialakuló egyensúlyi (stacionárius) állapotok tulajdonságait, mint például a fajok átlagos gyakoriságát (más szóval sűrűségét), a ragadozó–zsákmány párok valószínűségét, a fajok térbeli eloszlását jellemző korrelációs távolságokat stb. A látványos információt azonban a fajok térbeli (itt kétdimenziós) eloszlásának időbeli változása szolgáltatja, amelyet a számítógép képernyőjén könnyedén megjeleníthetünk.



1. *ábra.* Az alsó pillanatfelvételt a fajok eloszlását mutatja a négyzet-rácson a négyfajjas ciklikus ragadozó–zsákmány modellben a kétféle védelmi szövetség térbeli szétválása során ( $X = 0,05$ ). A bal felső pillanatfelvételt a négy faj eloszlását mutatja az önszervező mintázatban  $X = 0$ -nál, amelyet a ciklikus invázió tart állandó változásban úgy, hogy közben a mintázat tipikus (átlagos) geometriai tulajdonságai változatlanul maradnak. A táplálékhálón (a jobb felső sarokban) jelöltük a ragadozó–zsákmány viszonyt és a fajok színét.

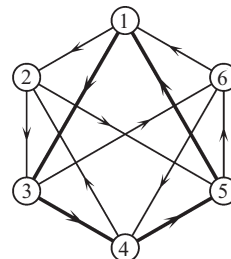
Az 1. *ábra* két pillanatfelvételt mutat. A kisebbik *ábra* egy olyan tipikus térbeli eloszlást ábrázol, amelyik a keveredés nélküli esetben ( $X = 0$ ) jellemzi az állapotot. Itt kisméretű tartományokat láthatunk, amelyeket kétféle határ választhat el egymástól. Egy ragadozó területét a zsákmánya területétől elválasztó határvonal egy átlagos inváziós sebességgel halad. Ezzel ellentétben a semleges fajokat elválasztó határvonal változatlan marad mindaddig, amíg valamelyik inváziós front bele nem ütközik. Az inváziós frontok mozgása állandó változásban tarja ezt az önszervező mintázatot, amelyben a ciklikus szimmetria miatt a négy faj azonos átlagos sűrűséggel ( $c = 1/4$ ) jelenik meg.

Alacsony  $X$  értékek esetén a keveredés hatása alig vehető észre. Mindössze a semleges fajokat elválasztó határvonal mentén figyelhetjük meg a határvonal érdesedését, illetve a semleges fajok egymás területére való behatolását. Egy küszöbérték felett ( $X > X_c = 0,0236$ ) ez a folyamat már képessé válik két, kétfajjas, jól elkevert, térbeli állapot kialakítására. Erre mutat példát az 1. *ábra* nagyobb méretű pillanatfelvétele.

A páratlan, illetve a páros sorszámú fajok jól összekeveredett állapotát tekinthetjük a két faj védelmi szövetségének, mivel a fajok ebben a térbeli szerkezetben képesek kölcsönösen megvédeni egymást a külső támadókkal szemben. Például, ha az 1-es és 3-as fajok jól összekevert tartományának határán az egyik 1-es fajhoz tartozó egyed helyét kívülről elfoglalja egy 4-es egyed, akkor a szomszédságában lévő 3-as egyed rövid időn belül visszatámad. Hasonlóan védik meg a 3-as egyedet a szomszédos 1-esek a 2-es faj egyedeinek támadásával szemben. A modell szimmetriája miatt természetesen a 2-es és 4-es faj védelmi szövetsége is ugyanígy képes védeni magát. Más szóval, ebben a modellben két ekvivalens védelmi szövetség létezik, melyek  $X > X_c$  esetén növekvő méretű tartományokat hoznak létre. A tartományok átlagos (lineáris) mérete az idő négyzetgyökével arányosan növekszik, ugyanúgy, ahogyan az történik az Ising-modellben (a kritikus hőmérséklet alatt), és a valóságban megfigyelt számos rendeződési folyamatban is. A doménnövekedés következtében egy véges rendszerben előbb-utóbb csak a két védelmi szövetség egyikét fogjuk látni, és ebben az állapotban a túlélő két faj aránya már nem fluktuál. A szimulációs eredmények egy elsőrendű állapotváltozásra utalnak  $X_c$ -nél, ha változtatjuk az  $X$  értékét.  $X_c$  alatt a négyfajjas, ciklikus invázióval fenntartott önszervező állapotot figyelhetjük meg, míg  $X_c$  felett a két védelmi szövetség valamelyikébe fejlődik a rendszer. Természetesen a két végállapot azonos valószínűséggel jöhet létre.

A modell egyszerűsége nemcsak a szimuláció, hanem az analitikus módszerek alkalmazása szempontjából is előnyös. A hagyományos átlagtér-közelítés például megjósolja az említett (stacionárius) állapotok létezését a homogén állapotokkal együtt. Nyilvánvaló, hogy ez az átlagtér-közelítés nem jósolhat állapotváltozást, mivel a keveredés hatását képtelen figyelembe venni. A kifinomultabb párközelítés már képes számba venni a keveredés hatását, de az állapotváltozásról nem tud számot adni. Ezen átlagtér-közelítések pontosságát növelhetjük azzal, ha nemcsak az egy- és kétpontos konfigurációk valószínűségét számítjuk ki, hanem a rácspontok nagyobb méretű fűrtjein is meghatározzuk az összes lehetséges konfiguráció valószínűségét. Ennél a modellenél  $3 \times 3$ -as fűrtméretre kellett kiterjeszteni ezt a módszert, hogy az állapotváltozás létezését analitikusan is igazolni lehessen. Ez a tény arra utal, hogy az elméletileg lehetséges stacionárius állapotok egymással szembeni stabilitását a rövid távú korrelációk bonyolult szövevénye határozza meg.

2. *ábra.* A hatfajjas modell táplálékhálóját. A sorszámokkal címkézett körök a fajokat képviselik, az élek ragadozó–zsákmány párokat kötik össze, a nyilak a ragadozótól a zsákmány felé mutatnak.



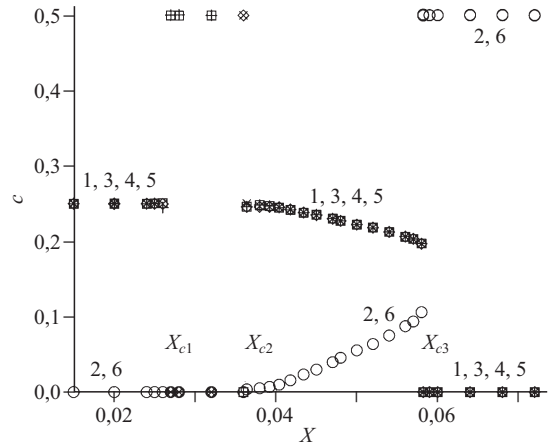
Ebben a modellben a védelmi szövetségek kialakulását a semleges fajok keveredése biztosította. Valószínűleg sok más olyan mechanizmus létezik, amelyik egy-két lehetséges társulást előnyhöz juttat a többiekkel szemben. A következő fejezetben egy olyan modell vizsgálunk, ahol két különböző mechanizmussal működő védelmi szövetségek és egyéb társulások versengése határozza meg a rendszer stacionárius állapotát.

## Egy hatfajos ciklikus ragadozó–zsákmány modell

Az előző fejezet négyfajos modelljét sokféleképpen általánosíthatnánk. Most azt a változatát vizsgáljuk, ahol a négy faj helyett hat lesz, azaz ( $s_i = 1, \dots, 6$ ). Feltételezzük továbbá, hogy mindegyik fajnak két ragadozója és két zsákmánya van olyan módon, ahogy azt a 2. ábra táplálékhálója jelzi. Ez azt jelenti, hogy például az 1-es faj utódai elfoglalhatják a szomszédos rácspontot, ha ott éppen egy 2-es vagy 3-as fajhoz tartozó egyed tartózkodik, vagy  $X$  valószínűséggel helyet cserélhet a véletlenül választott szomszédjával, ha az a 4-es fajhoz tartozik.

A táplálékhálón vastagabb élekkel és nagyobb nyilakkal jelöltük a ragadozó–zsákmány viszonyt az 1-, 3-, 4-, és 5-ös faj között. Ennek az az oka, hogy ez a négy faj ciklikus védelmi szövetséget alkot ebben az esetben. Ha csak ez a négy faj van jelen, akkor ez a rendszer megegyezik az előző négyfajos modellel, és emiatt a keveredés nélküli esetben ( $X = 0$ ) ugyanolyan önszervező állapotba fejlődik, mint amelyet az 1. ábra kisebbik pillanatfelvétele képvisel. Ez a sajátos térbeli szerkezet eredményezi a védelmet a külső (2-es vagy 6-os fajhoz tartozó) támadókkal szemben. Ha ugyanis egy ilyen tartomány határán a társulás valamelyik tagját megtámadja a külső ragadozója, akkor annak belső ragadozója rövid időn belül eltünteti a támadót, mivel az egyúttal ragadozója a külső támadónak is. Emiatt a véletlen kezdőfeltételtől indított szimulációk során a rendszerből kihál a védelmi szövetséggel szemben gyengének bizonyuló 1-es és 6-os faj, és minden egyéb lehetséges társulás is alulmarad a versengésben, ha a rendszer mérete nagy. Kisméretű szimulációk esetében (a kezdőfeltételtől és a véletlen számok generálásától függően) megeshet, hogy egy másik háromfajos (pl. 2 + 3 + 4) vagy négyfajos (pl. 1 + 2 + 5 + 6) ciklikus társulás, vagy akár valamelyik egyfajos (pl. 1) homogén, illetve két semleges faj (pl. 1 + 4) keveréke fogja uralni a végső stacionárius állapotot. Nagyobb méretek esetén mindegyik ilyen társulás hosszabb vagy rövidebb ideig jelen lehet a rendszerben. Elegendően nagyméretű rendszer esetében, azonban mindig a négyfajos, ciklikus védelmi szövetség kerül ki győztesként a társulások versengéséből.

Hasonló a helyzet akkor is, ha a  $X$  értéke nagyon alacsony. Amint azt az előző fejezetben részleteztük, a túlélő négyfajos ciklikus állapot instabillá válik, ha  $X$  értéke meghalad egy küszöbértéket ( $X > X_c = X_{c1}$ ). Ilyenkor alakulnak ki és alkotnak egyre növekvő tartományokat a semleges párok jól elkevert állapotai (1 + 4 és 3 + 5). Vegyük észre, hogy ezek a tartományok ideális „vadászme-



3. ábra. A fajok átlagos sűrűsége ( $c$ ) a semleges párok helycseréjének valószínűsége ( $X$ ) függvényében. A nyilak az állapotváltozások helyét jelzik.

zők” a 2-es vagy 6-os faj számára. Például, a 2-es faj akadálytalanul hódíthatja meg azt a területet, ahol csak 1-es és 4-es faj tartózkodik. Ez súlyos következményeket von maga után, ha  $X > X_{c2}$ . Ekkor ugyanis a szétválási folyamat gyorsabb lehet, mint a 2-es és 6-os fajok kihalása, amelyek életben maradását (táplálását) éppen ezek a tartományok segítik. Emiatt létezik egy tartomány, ahol egy nagyon sajátos, önszervező mintázat kialakulása biztosítja mind a hat faj életben maradását.

Ha  $X_{c2} > X > X_{c3}$  [ $X_{c2} = 0,035(?)$ ,  $X_{c3} = 0,058$ ] akkor az (1 + 3 + 4 + 5) négyfajos ciklikus védelmi szövetség egy jellegzetes időállandóval szétbomlik a semleges párokból álló tartományokra [(1 + 4) + (3 + 5)], amelyeket kialakulásuk után gyorsan meghódít a 2-es vagy a 6-os faj. Az ilyen módon létrejött homogén tartomány is instabil, mivel mindegyik fajnak van két ragadozója. Emiatt a homogén tartományok helyén nagyon gyorsan jönnek létre a ciklikus invázióval működő társulások, melyek közül a négyfajos, ciklikus védelmi szövetség kerül ki győztesként. Ez a folyamatsorozat ismétlődik hasonlóan ahhoz, ahogyan az a bozóttűz-modelleknél történik. Ennél a hasonlatnál a 2-es és 6-os faj terjedése hasonlít a tűz terjedésére, amelyet a helycsere mértéke befolyásol azzal, hogy a meghódítható területek milyen gyorsan képződnek újra. Ha a keveredés mértéke meghaladja a harmadik küszöbértéket, akkor a 2-es és 6-os faj táplálása, és ezzel együtt az elfoglalt terület mértéke is olyan mértékben növekszik, hogy esetenként a tartományok összeérnek, és ekkor kialakul a 2-es és 6-os faj keveréke, amely az adott körülmények között már stabilabb a versenytársainál.

A stabil állapotokat és az egymást követő állapotváltozások sorát mutatja be a 3. ábra. Pontosabban, ezen az ábrán a stacionárius állapotokra jellemző összetételt (fajok sűrűségét) ábrázoltuk az  $X$  függvényében. Jól látható, hogy négyféle állapotot, és ennek megfelelően három állapotváltozást figyelhetünk meg akkor, amikor növeljük az  $X$  értékét. Az ábra alapján az első és a harmadik állapotváltozás elsőrendű. A második átmenet minősítését és ezzel együtt a kritikus pont értékének pontos meghatározását (erre utal a kérdőjel a becslést érték mellett) a harmadik tartomány elején a nem kiháló fajok (1, 3, 4 és 5) sűrűségében kialakuló óriási mértékű fluktuáció akadályozza.

További három olyan hatfajos modell létezik, ahol mindegyik fajnak két-két ragadozója, illetve zsákmánya van. Ezek a modellek egymástól is erősen különböző viselkedést mutatnak [9]. A terjedelmi korlátok miatt nem ismertetjük a részleteket, mivel e modellvizsgálatok általános üzenete már a fenti példák alapján is összegezhető.

## Általános tanulságok

A statisztikus fizikában az Ising- és Potts-modelleket [8] tekintjük a térbeli rendeződési folyamatok leírására kifejlesztett legegyszerűbb modelleknek. A rendeződési folyamatokban megmutatkozó univerzalitás biztosítja számunkra azt a lehetőséget, hogy az állapotváltozás általános tulajdonságai szempontjából lényegtelennek minősülő részletektől megszabadítsuk a matematikai modellt, és a legegyszerűbb modell vizsgálatán keresztül alkossunk pontosabb képet a rendeződési folyamat általános tulajdonságairól és az azt befolyásoló ismérvekről (pl. szimmetriákról). Ezt a szemléletmódot érvényesítettük a fenti modellek kifejlesztésénél és vizsgálatánál. Ennek egyik következménye az, hogy nincsenek olyan valóságos ökológiai rendszerek, amelyekről azt állíthatnánk, hogy az általunk vizsgált, leegyszerűsített térbeli ragadozó–zsákmány modellekkel kielégítően adhatunk számot a viselkedésükről. Minden hiányosság ellenére, ezek a sokfajos modellek már képesek voltak felmutatni olyan jelenségeket, amelyek kifejezetten az (élő) ökológiai rendszerekre jellemzőek. Ilyen tulajdonság például a sokszínűség (*bio-diverzitás*) fennmaradása egy önszervező mintázaton keresztül, amelyet a fajok társulásai közötti versengés tart mozgásban. A hatfajos modell vizsgálata világosan mutatta, hogy a társulások között fellépő ciklikus dominancia képes életben tartani a legtöbb fajt. Ezeket a társulásokat tekinthetnénk akár önálló fajoknak, amelyek sajátos térbeli szerkezettel és működési mechanizmussal rendelkeznek. Ez a szemlélet természetesen összemosza a különb-

segeket a rész és az egész (faj és fajtársulás), illetve a mikroszkopikus és makroszkopikus működési mechanizmusok között. Ugyanakkor ez a megközelítés sugallja azt, hogy a társulások is alkothatnak magasabb rendű (térben kiterjedtebb) társulásokat, és ez az elbonyolódási folyamat természetesen folytatódhat a magasabb szinteken is.

A vizsgált modellek a térbeli evolúciós játékelméleti modelleknek azt a tulajdonságát ragadják meg, hogy ezekben a sokfajos rendszerekben nagyon sok stacionárius állapot létezhet, mivel figyelembe kell vennünk a részrendszer (itt a fajok egy része hiányzik) lehetséges stacionárius állapotait is. A lehetséges stacionárius állapotok a fluktuációk következtében spontán módon alakulnak ki, majd ezt követően a térbeli társulások (és részeik) közötti versengés határozza meg a végeredményt. A társulások közötti erőviszony természetesen függ az evolúciós (dinamikai) szabályoktól, így azok változ(tat)ása markáns állapotváltozásokhoz vezethet. A fenti modellek vizsgálata során szembesülni kellett néhány olyan állapotváltozással is, amelyek eltérnek attól, amit az eddig ismert univerzalitási osztályok képviselnek a fizikában. Röviden, ezen a területen még számtalan feladat vár a statisztikus fizikai szemléletmód érvényesítésére, és ennek megemlékezésével visszajutottunk e cikk nyitó gondolatsorához.

## Irodalom

1. J. VON NEUMANN, O. MORGENSTERN: *Theory of Games and Economic Behaviour* – Princeton University Press, Princeton, 1944.
2. J. MAYNARD SMITH: *Evolution and the theory of games* – Cambridge University Press, Cambridge, 1982.
3. H. GINTIS: *Game Theory Evolving* – Princeton University Press, Princeton, 2000.
4. M.A. NOWAK, R. MAY – Int. J. Bifur. Chaos 3 (1993) 35
5. A.S. WAIT – J. Ecol. 35 (1944) 1
6. K. SCHENK, B. DROSSEL, F. SCHWABL – Phys. Rev. E 65 (2002) 026135
7. K. TAINAKA – Phys. Rev. Lett. 63 (1989) 2688
8. Y.F. WU – Rev. Mod. Phys. 54 (1982) 235
9. G. SZABÓ, G.A. SZNAIDER Phys. Rev. E 69 (2004) 031911
10. G. SZABÓ – J. Phys. A: Math. Gen. 38 (2005) 6689–6702 [arXiv:q-bio.PE/0408005]

## LÉTEZIK-E A KOZMIKUS CENZOR?

Rácz István  
MTA KFKI RMKI, Elméleti Főosztály

Az általános relativitáselmélet – vagy ahogy szintén hivatkozhatunk rá, az Einstein-féle gravitációelmélet – a klasszikus fizika utolsó nagy átfogó elmélete. Kétségtől mentesen klasszikus abban az értelemben, hogy a kvantumfizika eszköztárára semmilyen formában nem épít. A klasszikus jelző azonban furcsán is hat, hiszen ez az elmélet alapjaiban rázta meg a korábbi térről és időről kialakított elképzeléseinket. A teret és az időt egymásba ötvözte, és egy merőben új fogalommal, a görbült téridővel helyettesítette. Az általános relativitáselméletben még Shakespeare híres „színház az egész világ” kijelentése is teljesen új megvilágításba kerül, hiszen itt maga a színpad is „szereplővé”, azaz dinamikai objektummá válik. Az általános relativitáselmélet nem csupán az anyag történetének egy-

szer és mindenkorra rögzített geometriai háttéren történő leírására vállalkozik, hanem a modern fizika elvárásaival is összeegyeztethető, kísérletek által nagyon meggyőzően alátámasztott új modelljét kínálja az anyag és geometria kölcsönös meghatározottságának.

Az elmélet klasszikus jellegét szeretném még inkább hangsúlyozni az alábbi néhány *prediktív* képességére utaló eredmény felidézésével.<sup>1</sup> Bár az elmélet lényegében 1916-ban végleges alakjában megszületett, a ötvenes

<sup>1</sup> A klasszikus értelemben vett prediktív képességen azt értem, hogy az alaptörvényekre alapozva (legalábbis elvileg) az összes megfigyelhető fizikai mennyiséghez, bármely pillanatban, akár egyidejűleg is egy-egy határozott értéket rendelhetünk.